

Università degli Studi di Roma Tor Vergata
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle
Telecomunicazioni
Anno accademico 2008-09

Appunti dalle lezioni di Propagazione

di P. Ferrazzoli

Capitolo 1

INTRODUZIONE

1.1 Definizioni fondamentali

In una definizione generale, la Propagazione è vista come l'insieme delle teorie e degli esperimenti atti a descrivere le modalità con cui le onde elettromagnetiche si propagano in vari tipi di mezzi, naturali e artificiali. Si parla di Propagazione Guidata quando l'onda viaggia lungo strutture rettilinee che sono guidanti per l'onda stessa. Si parla di Propagazione nello spazio libero quando c'è una struttura (tipicamente un'antenna) che irradia nello spazio ad essa circostante e l'onda viaggia in tale spazio. Molto spesso, come nel caso del presente corso, si fa riferimento alla sola seconda situazione, tenendo conto che lo spazio libero è cosa diversa dal vuoto. In realtà i mezzi naturali (terreno, mare, atmosfera) e artificiali (edifici, strutture) modificano apprezzabilmente le proprietà dei campi elettromagnetici. Oggetto della Propagazione (d'ora in avanti si sottointenderà nello spazio libero) è lo studio di tali modifiche e degli effetti sistemistici da esse prodotti.

1.2 Aspetti culturali e applicativi

Lo studio dei problemi di propagazione ha finalità ingegneristiche, in quanto tali problemi sono connessi alla progettazione dei sistemi utilizzanti le onde elettromagnetiche, tipicamente per telecomunicazioni, radar, telerilevamento. In molti casi, specialmente nell'industria manifatturiera, il concetto di progettazione è legato alla pianificazione di trasformazioni materiali. In altri casi, invece, il contesto materiale è scarsamente modificabile a causa di limiti fisici e/o di vincoli ambientali e di sicurezza, per cui il progettista deve ottimizzare il proprio sistema tenendo conto del contesto dato. La Propagazione è tipicamente legata a questa seconda tipologia di problemi. La rotondità terrestre, la presenza di rilievi ed edifici, la composizione atmosferica, il ricorrere di eventi piovosi, la presenza del plasma ionosferico a quote alte, ecc. sono elementi su cui il progettista non può intervenire direttamente per modificarli a fini operativi. Deve, invece, conoscerli a fondo nella loro natura e nella loro variabilità spazio-temporale in modo da ottimizzare le proprie scelte. Tali scelte riguardano la collocazione e le caratteristiche delle antenne, la frequenza di utilizzo, la potenza da trasmettere, le modalità trasmissive, l'eventuale uso di tecniche atte a mitigare i problemi. Obiettivo è quello di ottenere la migliore coesistenza tra i sistemi da progettare e il contesto ambientale dato.

Un altro aspetto culturale della Propagazione (sempre intesa nello spazio libero) è il forte legame con le caratteristiche territoriali del contesto in cui si opera, e le variabilità stagionali. Nei problemi di Propagazione guidata, questi aspetti hanno una rilevanza molto minore: la progettazione di sistemi in cavo, in guida d'onda o in fibra ottica presenta problematiche poco dipendenti da fattori ambientali

e climatici. Nella Propagazione in spazio libero, invece, esistono numerosi aspetti legati al contesto ambientale. Ad esempio, la progettazione di sistemi di telecomunicazioni in ponte radio o via satellite è influenzata dalle caratteristiche atmosferiche del sito in cui si dovrà operare. Anche le proprietà del suolo, quali umidità, rugosità, presenza di vegetazione, possono avere notevole influenza. Nelle zone urbane la propagazione è fortemente influenzata dalle particolari caratteristiche metropolitane (densità, forma, altezza media degli edifici). Gli effetti propagativi sono spesso locali, e non ripetibili in altre zone del nostro pianeta e/o in diverse situazioni stagionali.

Scopo applicativo della Propagazione è quello di fornire al progettista modelli di previsione delle modificazioni introdotte dai vari mezzi. Generalmente si utilizzano fattori correttivi che esprimono le variazioni che l'onda subisce rispetto all'ipotesi di riferimento di propagazione nel vuoto. Scopo dei modelli è quello di legare i fattori correttivi a variabili misurabili. Il legame può essere più o meno deterministico o statistico, a seconda della natura del problema.

1.3 Classificazione dei problemi di propagazione

La Propagazione non è facilmente classificabile e strutturabile, a causa del complesso intreccio tra aspetti di diversa natura: teorie elettromagnetiche, tipologie di mezzi naturali, bande di frequenza, applicazioni ai sistemi. Possono essere identificati quattro ordini strutturali possibili.

1. Classificazione in base agli effetti elettromagnetici. Si possono identificare le seguenti classi.

- Onda superficiale. Consiste in uno scambio progressivo di potenza tra le correnti indotte sulla superficie e il campo elettromagnetico al di sopra di essa. A basse frequenze, tale scambio consente di avere propagazione fino ad elevate distanze, aggirando la rotondità terrestre.
- Riflessione. È una teoria con cui si descrivono approssimativamente gli effetti superficiali quando le frequenze sono alte e gli effetti localizzati in zone limitate.
- Diffrazione. È la reirradiazione di campo elettromagnetico al di là di ostacoli che non consentono la penetrazione dell'onda incidente all'interno di essi. L'ostacolo può avere varie forme. Casi estremi sono quello della lama di coltello e quello della superficie terrestre sferica.
- Rifrazione. È l'incurvamento del percorso elettromagnetico all'interno di un mezzo in cui la propagazione può aver luogo, ma con variazioni regolari di costante dielettrica. Se le variazioni sono rapide e/o irregolari, si hanno altri effetti, quali multipath e scintillazioni.
- Diffusione (Scattering). Quando l'onda incide su corpi di piccole dimensioni (es. gocce di pioggia) si ha reirradiazione in direzioni diverse da quella di incidenza. L'effetto dipende dalla parte reale della costante dielettrica (ϵ'_r) e aumenta col rapporto tra dimensioni tipiche dei corpi e lunghezza d'onda (d/λ).
- Assorbimento. È l'effetto di cessione di potenza elettromagnetica dall'onda al mezzo, con conseguente attenuazione dell'onda e riscaldamento del mezzo. Dipende principalmente dalla parte immaginaria della costante dielettrica (ϵ''_r) e aumenta col rapporto tra dimensioni tipiche dei corpi e lunghezza d'onda d/λ . Per il principio di conservazione dell'energia, i mezzi che producono assorbimento producono anche emissione. Un'antenna ricevente, pertanto, oltre al segnale utile riceve anche il rumore dovuto all'emissione dei mezzi circostanti.

- Depolarizzazione. L'onda ha una polarizzazione propria. Se incide su elementi di forma dissimmetrica, può aver luogo un parziale trasferimento di potenza sulla polarizzazione ortogonale.

2. Classificazione in base ai mezzi che interagiscono con l'onda.

- Superficie terrestre o marina. In prima approssimazione, la si schematizza come piana. Produce, a seconda della frequenza, onda superficiale o riflessione. Qualora si tenga conto della rotondità, si hanno effetti di diffrazione.
- Ostacoli naturali o artificiali. Impediscono all'onda di propagarsi all'interno di essi, e producono diffrazione.
- Atmosfera chiara. In assenza di precipitazioni, produce rifrazione e, alle alte frequenze, assorbimento.
- Idrometeore. Sono aggregati di acqua di diverso tipo (nubi, pioggia, neve, grandine, ecc.) più o meno saltuariamente presenti nell'atmosfera. Alle alte frequenze, producono diffusione, assorbimento e depolarizzazione.
- Ionosfera. È rappresentabile come un plasma elettronico che riempie la parte alta dell'atmosfera. Alle basse frequenze si ha rifrazione che può produrre un effetto complessivo equivalente alla riflessione verso il basso. Alle frequenze intermedie si hanno depolarizzazione e attenuazione.

Tentando di riassumere, si possono identificare tre fattori fondamentali nella interazione delle onde con i mezzi.

- (a) La presenza di materiali metallici, o comunque di buoni conduttori.
- (b) La presenza di acqua, sia in forma di liquido che di vapore (l'acqua, infatti, ha una struttura fortemente dipolare, producendo così un notevole aumento della costante dielettrica).
- (c) Il rapporto d/λ .

3. Classificazione spettrale. Si hanno, secondo le definizioni fatte proprie dall'ITU (International Telecommunication Union), le seguenti bande di frequenza.

- VLF (Very Low Frequencies), da 3 KHz a 30 KHz
- LF (Low Frequencies), da 30 KHz a 300 KHz
- MF (Medium Frequencies), da 300 KHz a 3 MHz
- HF (High Frequencies), da 3 MHz a 30 MHz
- VHF (Very High Frequencies), da 30 MHz a 300 MHz
- UHF (Ultra High Frequencies), da 300 MHz a 3 GHz
- SHF (Super High Frequencies), da 3 GHz a 30 GHz
- EHF (Extra High Frequencies), da 30 GHz a 300 GHz

Dalle VLF alle HF gli effetti propagativi sono dovuti alla superficie terrestre e alla ionosfera. Al crescere della frequenza divengono sempre più importanti gli effetti dell'atmosfera chiara e delle idrometeore. Va detto che, all'interno delle bande UHF ed SHF (microonde), è spesso utilizzata una suddivisione ulteriore, basata sulle seguenti definizioni.

- Banda L, da 1 a 2 GHz
- Banda S, da 2 a 4 GHz
- Banda C, da 4 a 8 GHz
- Banda X, da 8 a 12 GHz
- Banda Ku, da 12 a 18 GHz
- Banda K, da 18 a 27 GHz
- Banda Ka, da 27 a 40 GHz

4. Classificazione in base alle applicazioni. Si possono identificare i seguenti sistemi applicativi.

- Sistemi di radiodiffusione. Sono usati per trasmettere fino a distanze molto elevate, anche intercontinentali. Usano frequenze fino alle HF. Gli effetti propagativi dominanti sono l'onda superficiale e la riflessione ionosferica.
- Sistemi a copertura limitata per terminali fissi o mobili. Usano in genere le bande VHF e UHF. Sono influenzati dagli effetti del terreno e degli ostacoli, con moderati effetti atmosferici.
- Sistemi terrestri punto-punto (ponti radio). Utilizzano prevalentemente le frequenze SHF, subendo effetti dovuti all'atmosfera e alle idrometeore, oltre a riflessione dal terreno e diffrazione da ostacoli.
- Sistemi spaziali, per telecomunicazioni, telerilevamento, GPS. Utilizzano le bande UHF e SHF. Sono soprattutto influenzati dall'atmosfera e dalle idrometeore. Per alcune applicazioni, è da considerare anche la depolarizzazione ionosferica.
- Sistemi radar. In genere usano le frequenze SHF ed EHF, subendo effetti dovuti all'atmosfera e alle idrometeore, oltre a riflessione dal terreno e diffrazione da ostacoli. Fanno eccezione i radar Over the Horizon (OTH), che usano frequenze basse e per i quali sono importanti gli effetti ionosferici e di onda superficiale.

5. Schema riassuntivo. La Figura 1.1 mostra un tentativo, necessariamente semplificativo e non del tutto esaustivo, di riassumere le varie classificazioni dei problemi di Propagazione e le interrelazioni tra di esse.

Nel presente corso, si seguirà fondamentalmente una catalogazione basata sui mezzi che producono effetti propagativi. Gli argomenti saranno poi brevemente ripercorsi nella parte finale, sulla base delle applicazioni.

1.4 Cenni storici

Come è noto, i primi esperimenti di radiocollegamento, dovuti a Marconi, risalgono alla fine dell'800. Molto presto, si sperimentò che l'attenuazione in un collegamento intercontinentale era minore di quella spiegabile con la teoria dell'onda superficiale. Questo risultato portò ad identificare gli effetti della ionosfera. Per molti decenni, la radiodiffusione utilizzante frequenze fino all'HF fu l'applicazione dominante. Gli esperimenti e gli studi di propagazione furono finalizzati ad affinare le teorie sull'onda superficiale e la riflessione ionosferica.

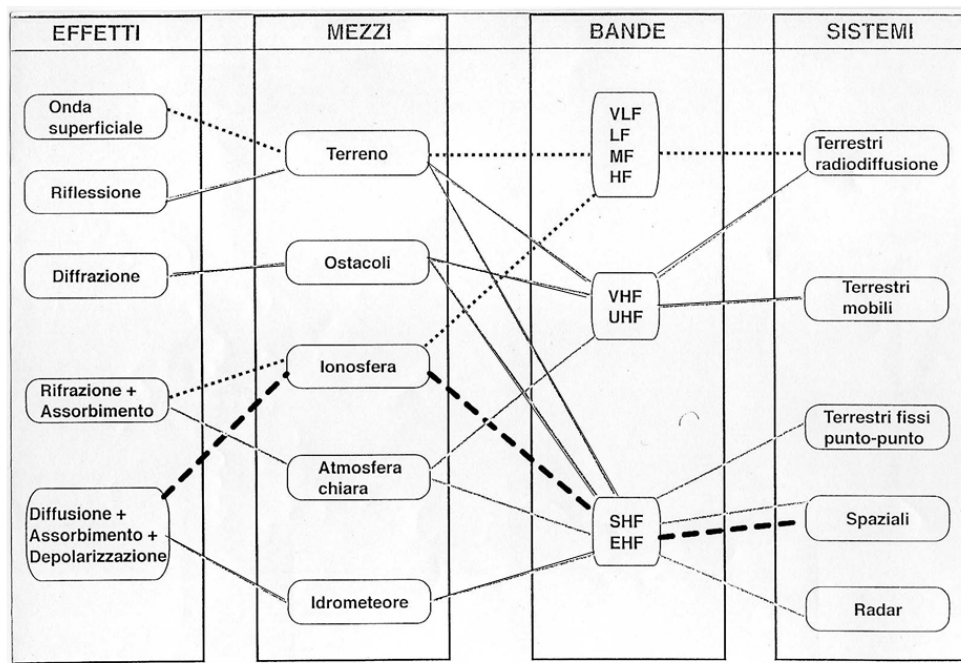


Figura 1.1

Negli anni successivi, soprattutto intorno alla metà del 900, si ebbe un notevole sviluppo del radar legato, almeno inizialmente, ad applicazioni militari. Ne derivarono stimoli a studi sugli effetti propagativi propri delle frequenze più alte, fino alla SHF.

A partire dal secondo dopoguerra, la diffusione dei servizi telefonici e televisivi produsse sviluppo dei sistemi terrestri, sia punto-punto che a copertura limitata. Ebbero quindi importanza i problemi della riflessione del terreno e della diffrazione da ostacoli.

Dagli anni 70 in poi, il crescente sviluppo delle telecomunicazioni via satellite produsse un riorientamento degli studi sulla propagazione. La ionosfera perse gradualmente centralità come effetto riflettente, mentre si intensificarono gli studi sugli effetti propagativi subiti dalle onde che attraversano la ionosfera stessa. Contemporaneamente, si avviò in molte parti del mondo un'intensa campagna di studi sugli effetti della pioggia.

Gli anni più recenti e quelli del prossimo futuro sono caratterizzati dai seguenti elementi.

1. La notevole crescita delle telecomunicazioni con mezzi mobili rende importante caratterizzare bene gli effetti propagativi in ambiente urbano, anche all'interno di edifici.
2. Le telecomunicazioni via satellite tendono ad usare in modo crescente le frequenze dai 30 GHz in su, per le quali gli effetti atmosferici, inclusi quelli delle nubi, sono importanti.
3. Si diffondono sistemi spaziali per applicazioni diverse dalle telecomunicazioni (telerilevamento, GPS). Per questi sistemi, è importante caratterizzare bene non soltanto gli effetti attenuativi dell'atmosfera, ma anche il ritardo di fase e/o la depolarizzazione.
4. L'enorme diffusione di servizi di vario tipo utilizzanti lo spettro radioelettrico con vari livelli di potenza, e la contemporanea crescita della sensibilità delle popolazioni ai problemi ambientali rende attuali i problemi di inquinamento elettromagnetico. Si tratta di problemi confinanti, e in parte sovrapposti, con quelli di propagazione.

Capitolo 2

EFFETTI DELLA SUPERFICIE TERRESTRE

2.1 Proprietà dielettriche

Allo scopo di stimare gli effetti propagativi dovuti alle superfici terrestre e marina, occorre risolvere vari problemi

- Caratterizzare la costante dielettrica complessa $\epsilon'_r - j \epsilon''_r$ in funzione delle proprietà fisiche e della frequenza. La parte reale ϵ'_r è legata agli effetti dipolari, mentre la parte immaginaria ϵ''_r è dovuta alla conducibilità e alle perdite dielettriche.
- Introdurre parametri globali, come il coefficiente di riflessione, e calcolarli in funzione della costante dielettrica e della geometria superficiale.
- Studiare gli effetti in funzione delle caratteristiche del particolare sistema (es. frequenza, tipo di antenna, tipo di servizio, ecc.)

2.1.1 Proprietà dielettriche del terreno

Le proprietà dielettriche del terreno dipendono dalle caratteristiche fisiche. Queste ultime sono variabili in funzione della profondità e delle coordinate orizzontali; tuttavia, in prima approssimazione si può supporre il terreno localmente uniforme (nelle direzioni orizzontali) mentre la profondità di penetrazione è in genere sufficientemente piccola da potersi limitare a considerare soltanto gli strati più alti. Le caratteristiche fisiche che influenzano la costante dielettrica sono le seguenti.

- Contenuto d'acqua.
È la variabile più importante, perchè gli effetti dipolari dovuti all'acqua sono molto maggiori di quelli dei materiali sabbiosi o argillosi in cui è dispersa.
- Composizione e struttura geologica.
Sono poco influenti, e soprattutto indirettamente, in quanto influenzano il modo di penetrare dell'acqua nel terreno.
- Frequenza e temperatura.
Poichè la ϵ'_r è legata a fenomeni di tipo dipolare, e questi hanno una loro inerzia, un aumento della frequenza delle oscillazioni del campo incidente rende più difficili le interazioni dipolari,

facendo diminuire gradualmente la ϵ'_r . La zona di frequenza in cui avviene questo decadimento è tra ~ 1 GHz e ~ 50 GHz. A temperature più alte, la diminuzione di ϵ'_r si manifesta per frequenze lievemente più alte. Per quanto riguarda la parte immaginaria, è consuetudine esprimerla attraverso una conducibilità equivalente $\sigma_{eq} = \omega\epsilon_o\epsilon''_r$. Fino a circa 100 MHz gli effetti conduttivi sono effettivamente dominanti, per cui la σ_{eq} è costante con la frequenza. Per frequenze più alte diventano importanti le perdite dielettriche, determinando un aumento della σ_{eq} in funzione della frequenza. Anche questo aumento, se aumenta la temperatura, si sposta verso frequenze più alte.

- Copertura.

In presenza di copertura vegetale, le proprietà del terreno sottostante continuano ad essere dominanti fino a ~ 1 GHz, mentre la copertura impedisce all'onda di raggiungere il terreno per frequenze maggiori di ~ 10 GHz. A frequenze intermedie gli effetti del terreno e della copertura coesistono, dando luogo ad un effetto combinato.

2.1.2 Proprietà dielettriche della superficie marina

Essendo l'acqua il costituente principale, le ϵ'_r e ϵ''_r del mare sono notevolmente maggiori di quelle del terreno. Esistono comunque influenze da parte delle variabili fisiche.

- Salinità.

Influenza notevolmente la conducibilità, mentre è meno importante per la ϵ'_r .

- Frequenza e temperatura.

Gli andamenti generali sono simili a quelli che si hanno per il terreno. La diminuzione della ϵ'_r avviene tra ~ 10 GHz e ~ 100 GHz, mentre l'effetto della conducibilità è dominante rispetto alle perdite dielettriche fino a ~ 1 GHz.

2.1.3 Diagrammi tipici

La Figura 2.1 mostra andamenti tipici della ϵ'_r e della σ_{eq} , in funzione della frequenza, per alcune categorie fondamentali di mezzi naturali [1]. Tali diagrammi, pubblicati dall'Unione Internazionale delle Telecomunicazioni (ITU) sono ottenuti mediando tra i risultati di numerose attività sperimentali effettuate in varie parti del mondo. Singole misure su singoli siti possono dar luogo a valori anche sensibilmente diversi.

2.2 Propagazione per onda superficiale

Le frequenze fino a ~ 30 MHz sono usate per sistemi di radiodiffusione, caratterizzati da antenne a traliccio di notevoli dimensioni e, in genere, alimentate a terra in modo unipolare (Figura 2.2)

Una struttura di questo tipo, essendo piccola rispetto alla lunghezza d'onda (1 MHz corrisponde a 300 m), può essere approssimata da un dipolo elementare. Pertanto, se h è la semi-altezza dell'antenna, questa può essere considerata come sede di correnti elettriche impresse aventi la seguente espressione:

$$\mathbf{J} = \mathbf{z}_o \cdot \delta(x)\delta(y)\delta(z - h) \quad (2.1)$$

Per il potenziale vettore magnetico $\mathbf{A}$ valgono le seguenti equazioni

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k_o^2 \mathbf{A} = -\mu_o \mathbf{J} \quad (2.2)$$

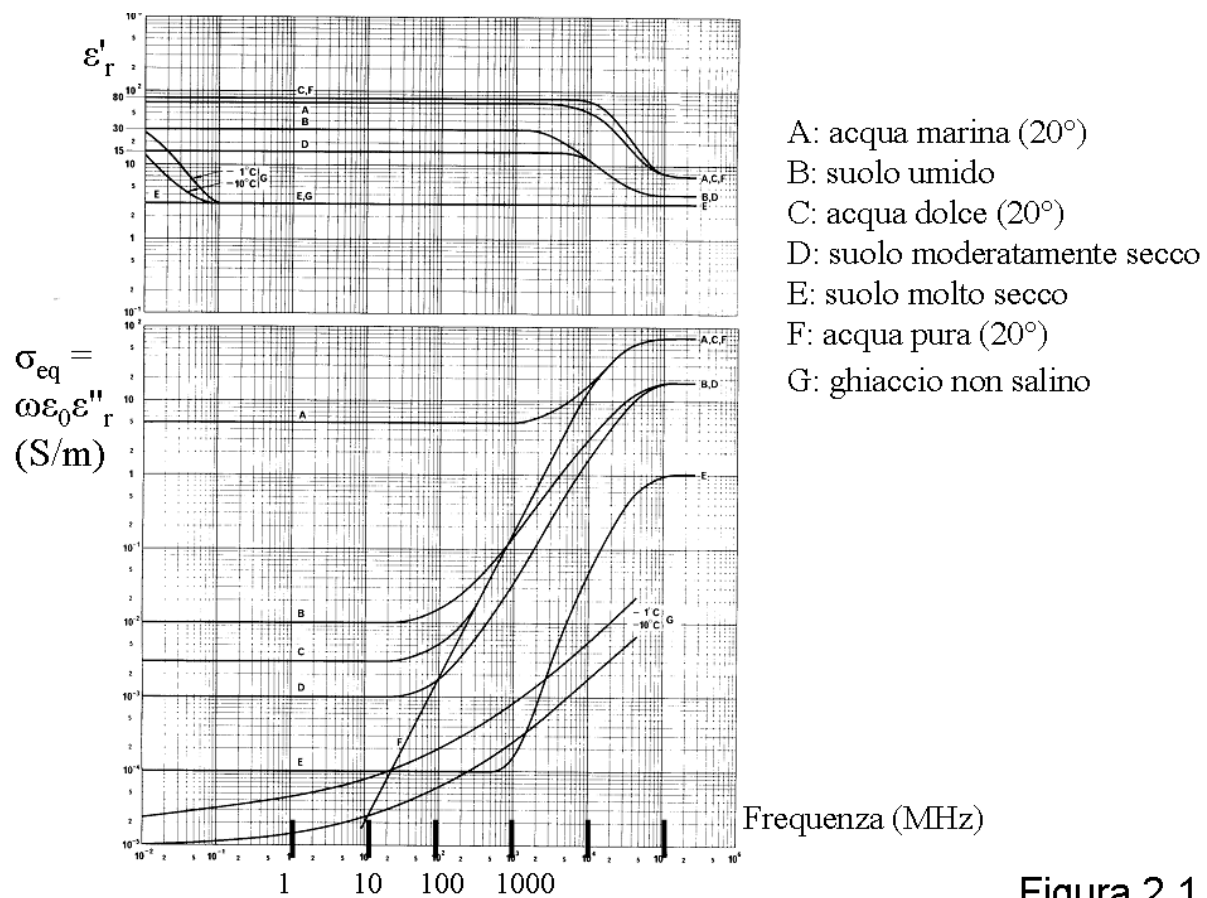


Figura 2.1

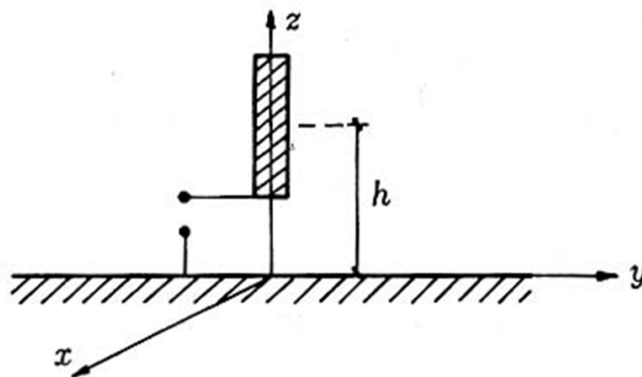


Figura 2.2

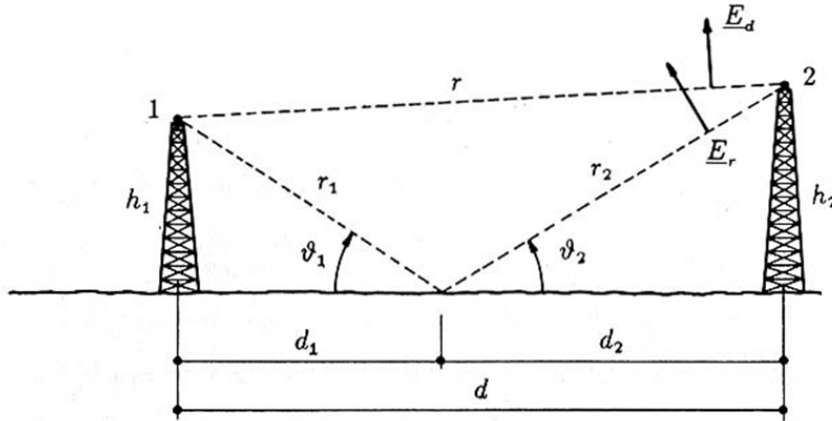


Figura 2.3

per $z > 0$

$$\nabla^2 \mathbf{A} + (\epsilon'_r - j\epsilon''_r)k_o^2 \mathbf{A} = 0 \quad (2.3)$$

per $z < 0$

k_o è la costante di propagazione nel vuoto.

Si impongono poi le condizioni di continuità dei campi elettrico e magnetico tangenziali per $z = 0$.

La trattazione matematica del problema, che risale a prima del 1940, è stata oggetto di discussioni e approfondimenti. È stato dimostrato che, a distanze elevate dalla sorgente, esiste una soluzione delle 2.2 e 2.3 associata a propagazione lungo il piano orizzontale, mentre c'è forte attenuazione sul piano verticale. Si ha cioè la cosiddetta onda superficiale. L'interpretazione fisica è la seguente. Le correnti che scorrono sull'antenna e sulla zona di terreno circostante irradiano. Il campo irradiato induce a sua volta correnti nelle zone circostanti, e così via. Al crescere della distanza si ha perdita di potenza dovuta a dispersione nella direzione radiale e assorbimento del terreno. Ciononostante, il livello ricevuto può essere apprezzabile fino a centinaia di chilometri. Il risultato della trattazione viene espresso in una forma del tipo:

$$\mathbf{E} = 2\mathbf{E}_o A_s \quad (2.4)$$

Dove $\mathbf{E}$ è il campo elettrico ricevuto, $\mathbf{E}_o$ è il campo elettrico che si sarebbe avuto per propagazione nel vuoto, ed A_s è un fattore dipendente dalla distanza, dalla frequenza e dalla costante dielettrica del terreno. Per esprimere A_s in funzione di queste variabili vengono usate formule polinomiali che sono approssimazioni della soluzione teorica del problema.

2.3 Riflessione dal terreno

Si consideri (Figura 2.3) un collegamento, tipicamente ponte-radio, caratterizzato da una coppia di antenne direttive, poste rispetto al terreno ad altezze h_1 e h_2 , grandi rispetto alle dimensioni delle

antenne stesse. Sia d la distanza tra di esse.

A differenza dei sistemi di radiodiffusione, che operano su tutta l'area circostante, in questo caso ciascuna delle due antenne è progettata e posizionata in modo tale da concentrare il massimo di potenza irradiata nella direzione dell'altra. Il terreno, che nel caso della propagazione guidata interveniva lungo tutto il collegamento, fin dalla costruzione stessa delle correnti, in questo caso interviene solo con un effetto localizzato. Ciò è conseguenza delle frequenze relativamente elevate (tipicamente maggiori di 1 GHz) usate in questi sistemi. A queste frequenze, il meccanismo di propagazione guidata è fortemente attenuato.

Per caratterizzare teoricamente il problema, si faccia riferimento alla Figura 2.3. Si tenga conto che non è in scala, in quanto h_1 e h_2 sono di qualche metro, mentre d è almeno qualche decina di chilometri. Le due antenne sono in genere rice-trasmittenti ma, per semplicità, supponiamo che sia trasmittente la 1 e ricevente la 2 (il problema è reciproco). Partiamo dalle seguenti ipotesi semplificative.

1. L'effetto del terreno è riconducibile ad una riflessione localizzata in una zona molto piccola rispetto a d . Di conseguenza si hanno due percorsi: uno diretto, di lunghezza r ed uno riflesso di lunghezza $r_1 + r_2$, indipendenti tra loro.
2. Data l'elevata distanza i campi associati ai due cammini, che chiameremo $\mathbf{E}_d$ ed $\mathbf{E}_r$, in prossimità dell'antenna ricevente sono rappresentabili come onde piane, e tra loro paralleli.
3. Il terreno è liscio. Ciò comporta che la riflessione è speculare e ha luogo nella zona in cui:

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \theta_1 \\ \frac{h_2}{d_2} &= \frac{h_1}{d_1}\end{aligned}\tag{2.5}$$

θ_1 e θ_2 sono molto piccoli.

4. Si suppone di avere riflessione totale. Il coefficiente di riflessione sarà allora: $q = \exp(j\phi) \simeq -1$.
5. Si trascura la rotondità terrestre.
6. Si trascurano gli effetti atmosferici.

Le prime due ipotesi sono ragionevolmente valide, e saranno mantenute in tutta la trattazione. Per le altre quattro, invece, possono aversi situazioni reali in cui non sono verificate, anche sensibilmente. Pertanto, si partirà dal caso ideale in cui tutte e sei le ipotesi sono verificate, poi si considereranno le modifiche da introdurre per il mancato soddisfacimento, in diversa misura, delle ultime quattro.

2.3.1 Caso ideale

Il campo totale in prossimità dell'antenna 2 ($\mathbf{E}_2$), sarà dato dalla somma del contributo dell'onda diretta ($\mathbf{E}_d$) e di quello dell'onda riflessa ($\mathbf{E}_r$):

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_r\tag{2.6}$$

dove:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_d &= \mathbf{C}_E \exp[-j\beta r]/r \\ \mathbf{E}_r &= \mathbf{C}_E q \exp[-j\beta(r_1 + r_2)]/(r_1 + r_2) \simeq -\mathbf{C}_E \exp[-j\beta(r_1 + r_2)]/(r_1 + r_2)\end{aligned}\tag{2.7}$$

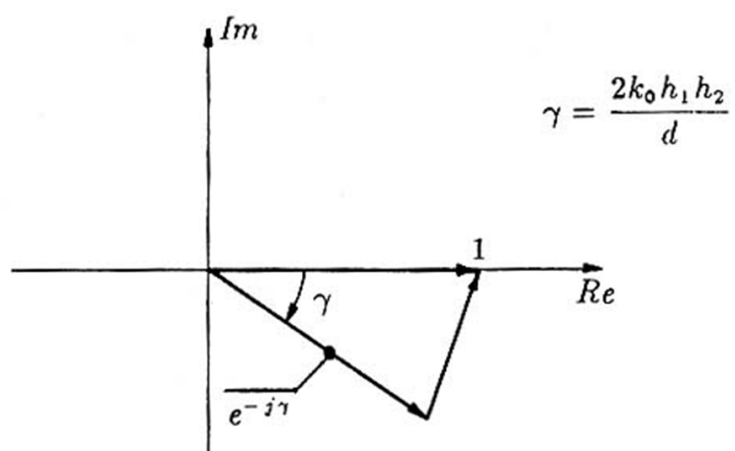


Figura 2.4

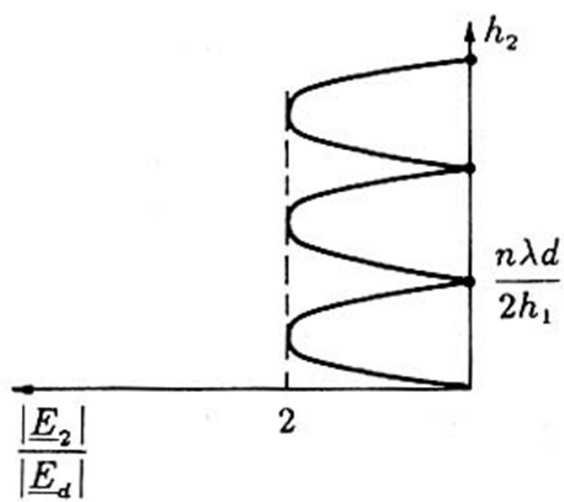


Figura 2.5

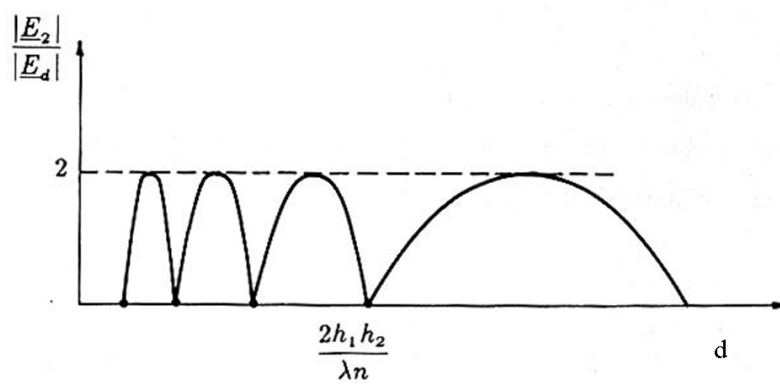


Figura 2.6

$\mathbf{C_E}$ è una costante vettoriale dipendente dall'antenna trasmittente. Si suppone che abbia lo stesso valore nei due casi, trascurando l'effetto della piccola variazione angolare θ_1 . β è la costante di propagazione. Ai fini dell'ampiezza si può supporre:

$$1/r \simeq 1/(r_1 + r_2) \quad (2.8)$$

Ai fini della fase, invece, poichè la lunghezza d'onda λ è di qualche cm, anche piccoli valori della differenza tra $(r_1 + r_2)$ ed r Vanno tenuti in conto, in quanto possono corrispondere a molte periodicità. Si ha, quindi:

$$\mathbf{E_2} = \frac{\mathbf{C_E}}{r} \{ [\exp(-j\beta r) - \exp[-j\beta(r_1 + r_2)]] \} \quad (2.9)$$

$$|E_2| = |E_d| |1 - \exp[-j\beta(r_1 + r_2 - r)]| \quad (2.10)$$

Si ha inoltre, tenendo conto che $d \gg h_1$, $d \gg h_2$:

$$r = \sqrt{d^2 + (h_2 - h_1)^2} \simeq d \left[1 + \frac{(h_2 - h_1)^2}{2d^2} \right] \quad (2.11)$$

$$r_1 + r_2 = \sqrt{d^2 + (h_2 + h_1)^2} \simeq d \left[1 + \frac{(h_2 + h_1)^2}{2d^2} \right] \quad (2.12)$$

Ne consegue:

$$r_1 + r_2 - r \simeq \frac{2h_1 h_2}{d} \quad (2.13)$$

$$|E_2| = |E_d| \left| 1 - \exp(-j\beta \frac{2h_1 h_2}{d}) \right| = 2 |E_d| \left| \sin \beta \frac{h_1 h_2}{d} \right| \quad (2.14)$$

(vedi Figura 2.4) Se si fa variare h_2 mantenendo costanti gli altri parametri si ottiene l'andamento di Figura 2.5, mentre se si fa variare d mantenendo costanti gli altri parametri si ottiene l'andamento di Figura 2.6. Il campo ricevuto oscilla tra massimi pari a $2|E_d|$ e nulli. Tali oscillazioni sono conseguenti alle ipotesi di partenza, per le quali $|E_r| = |E_d|$, e corrispondono alle situazioni di interferenza costruttiva (massimi) e distruttiva (nulli) tra i due campi. Si noti come i nulli corrispondenti a variazioni di h_2 sono equispaziati, mentre quelli corrispondenti a variazioni di d sono a spaziatura crescente.

Considereremo, nel seguito, le conseguenze delle diversità dei terreni reali rispetto alle ultime quattro ipotesi semplificative.

2.3.2 Effetti delle proprietà dielettriche della superficie

Il coefficiente di riflessione della superficie può essere espresso con le seguenti espressioni approssimate. Polarizzazione verticale:

$$q_V \simeq \frac{\sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_1 - 1}{\sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_1 + 1} \quad (2.15)$$

Polarizzazione orizzontale:

$$q_H \simeq \frac{\sin \theta_1 - \sqrt{\epsilon_r}}{\sin \theta_1 + \sqrt{\epsilon_r}} \quad (2.16)$$

La figura 2.7 mostra gli andamenti del modulo e della fase per le due polarizzazioni e per i seguenti tre diversi casi:

1. Mare, $f = 100$ MHz

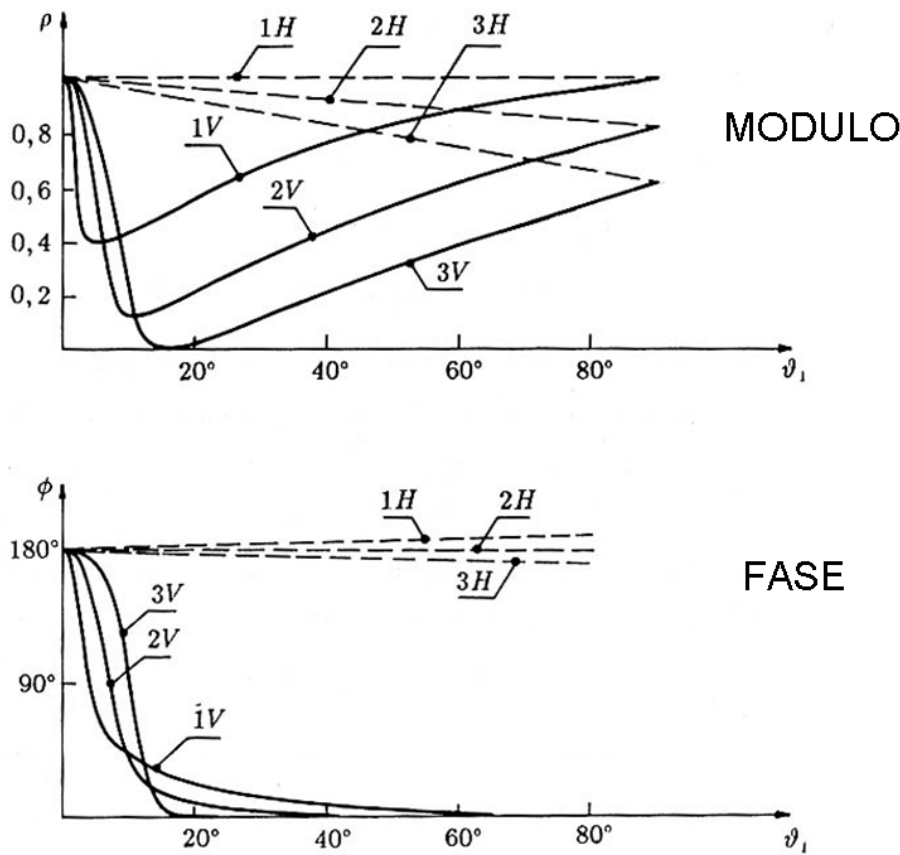


Figura 2.7

2. Mare, $f = 3$ GHz

3. Terreno mediamente umido, $100 \text{ MHz} < f < 3 \text{ GHz}$

Si nota quanto segue.

- In polarizzazione orizzontale il coefficiente di riflessione si discosta poco dal valore -1, anche per θ_1 molto maggiore di 0° .
- In polarizzazione verticale il coefficiente di riflessione presenta un forte abbassamento in modulo, tipicamente per piccoli angoli, a cui corrisponde una discontinuità di 180° nella fase. Il valore di θ_1 per cui si ottiene il minimo è detto angolo di Brewster. Nel caso del terreno, poichè la parte reale della costante dielettrica è dominante, si hanno valori quasi nulli. Nel caso del mare, invece, si ha una apprezzabile parte immaginaria, specialmente alle frequenze più basse. Pertanto, si avrà un minimo, ma con valori sensibilmente maggiori di zero.

Poichè nei radiocollegamenti i valori di θ_1 sono in genere piccoli, quindi prossimi all'angolo di Brewster, in polarizzazione verticale il modulo del coefficiente di riflessione potrà essere sensibilmente minore di 1.

2.3.3 Effetti della rugosità della superficie

Nella realtà il terreno non è mai perfettamente liscio, ma presenta rugosità più o meno accentuate. Esistono, poi, situazioni particolari (es. rilievi, vegetazione, zone edificate) nelle quali le irregolarità

sono tali da eliminare completamente il fenomeno della riflessione speculare. Analogamente, la superficie marina presenta irregolarità più o meno elevate a seconda del moto ondoso. Quando è presente rugosità di piccola scala, la potenza riflessa dalla superficie è data dalla sovrapposizione di due componenti:

- una componente è ancora riflessa specularmente, ma le rugosità ne riducono l'entità (componente coerente);
- un'altra componente è diffusa dalla rugosità in modo irregolare in tutte le direzioni (componente incoerente).

Per la componente coerente, risulta applicabile la seguente espressione:

$$\rho = \rho_o \cdot \exp\left[-0.5\left(4\pi \frac{\sigma}{\lambda} \sin \theta\right)^2\right] \quad (2.17)$$

ρ è il modulo del coefficiente di riflessione, ρ_o è quello che si sarebbe avuto con una superficie liscia delle stesse proprietà dielettriche, σ è la deviazione standard dei discostamenti dalla superficie media e θ è l'angolo di radenza (rispetto al piano orizzontale). Come si ha spesso nei problemi di elettromagnetismo, la variabile σ è scalata rispetto a λ . L'andamento del rapporto ρ/ρ_o è riportato in Fig. 2.8, insieme all'andamento corrispondente della frazione di potenza che è riflessa in modo incoerente. Dal punto di vista applicativo, la presenza di rugosità determina, pertanto, due conseguenze.

- La riflessione speculare diminuisce.
- Si manifesta una componente non speculare, che può generarsi lungo tutto il collegamento. Può dare effetti rilevanti quando si genera in prossimità dell'antenna ricevente.

2.3.4 Effetti della rotondità terrestre

La Figura 2.9 mostra il processo di riflessione, tenendo in conto la rotondità terrestre. Supponendo che la potenza irradiata dall'antenna trasmittente sia contenuta in un cono di apertura $\Delta\theta_1$, dopo riflessione da una superficie sferica la potenza sarà distribuita in un cono di apertura $\Delta\theta_2 > \Delta\theta_1$, per cui sarà meno concentrata e più dispersa. Essendo la densità di potenza minore, sarà minore la potenza captata dall'antenna 2. Di questo effetto si può tener conto modificando la 2.14, in modo da introdurre un fattore di divergenza $D < 1$. Si avrà quindi:

$$|E_2| = |E_d| \left| 1 - D \exp(-j\beta \frac{2h_1 h_2}{d}) \right| \quad (2.18)$$

2.3.5 Effetti atmosferici

Per ragioni che saranno discusse nel Capitolo 3, l'atmosfera rende curvilinei i percorsi elettromagnetici diretto e riflesso. Pertanto, anche la differenza $r_1 + r_2 - r$ sarà alterata rispetto al caso ideale trattato in precedenza. Tale alterazione dipenderà dalle condizioni atmosferiche, per cui sarà variabile nel tempo.

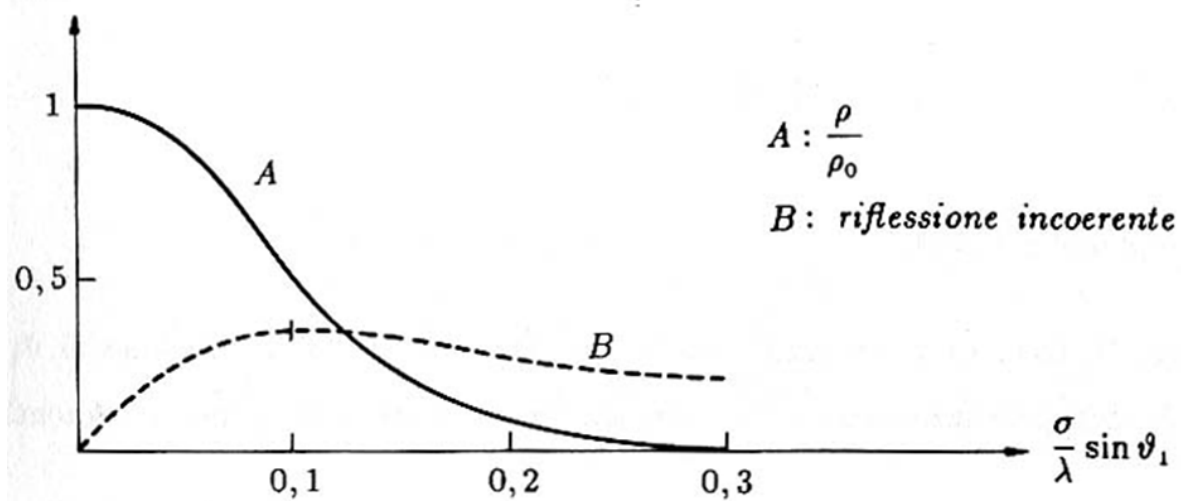


Figura 2.8

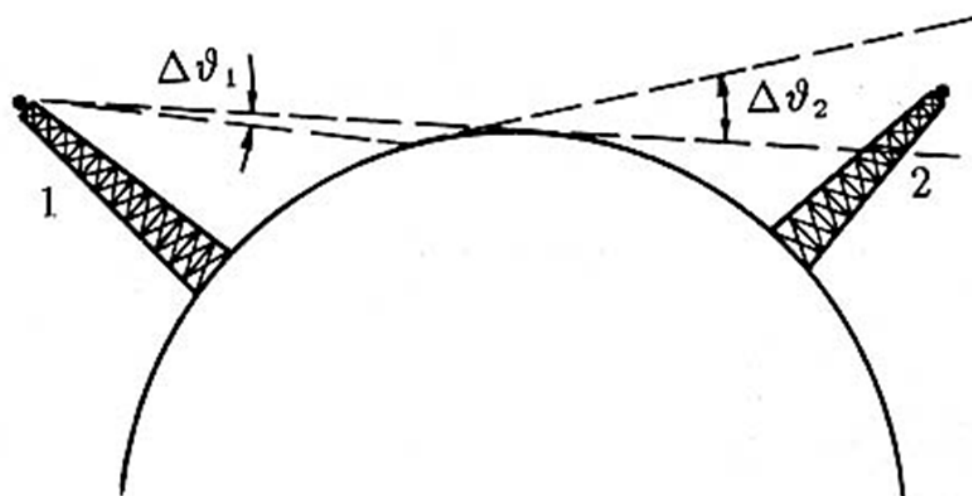


Figura 2.9

2.3.6 Considerazioni conclusive

Si possono trarre le seguenti considerazioni conclusive.

- Se sono valide tutte le ipotesi semplificative, il modulo del campo ricevuto può avere un'ampiezza variabile tra 0 e il doppio di quella che si avrebbe in assenza di riflessioni. La corrispondente potenza varierà tra 0 e il quadruplo.
- Gli effetti delle proprietà dielettriche, della rugosità e della rotondità terrestre riducono l'ampiezza del campo riflesso. Nella realtà, quindi, si avranno comunque possibili variazioni dell'ampiezza del campo ricevuto rispetto a $|E_d|$, ma di entità limitata.
- Gli effetti atmosferici rendono l'ampiezza del campo ricevuto variabile nel tempo, in modo irregolare.

2.4 Diffrazione dalla rotondità terrestre

Date due antenne disposte ad altezze h_1 e h_2 , del tipo di quelle già considerate nel paragrafo precedente, la rotondità terrestre pone un limite massimo alla distanza di visibilità ottica.

Con riferimento alla Fig. 2.10, definendo con R_T il raggio terrestre, tale limite può essere calcolato dalle:

$$d_1 = \sqrt{(h_1 + R_T)^2 - R_T^2} \simeq \sqrt{2h_1 R_T} \quad (2.19)$$

$$d_2 \simeq \sqrt{2h_2 R_T} \quad (2.20)$$

Si ha quindi:

$$d_m = d_1 + d_2 = \sqrt{2R_T}(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \quad (2.21)$$

d_m è la distanza massima, approssimabile a quella che si ha procedendo lungo l'arco. Se $d > d_m$, il passaggio ad una situazione di totale isolamento tra le due antenne sarà graduale. A causa della diffrazione dovuta alle correnti indotte sulla superficie terrestre, infatti, sarà ancora possibile ricevere apprezzabile potenza anche al di là della visibilità geometrica. La teoria è complessa. Tuttavia, è possibile approssimare i risultati con forme algebriche semplici. Si definiscono i parametri normalizzati X , Z_1 e Z_2 nel seguente modo.

$$\begin{aligned} L &= 2 \left(\frac{R_T^2}{4k_o} \right)^{1/3} \\ H &= \left(\frac{R_T}{2k_o^2} \right)^{1/3} \\ X &= \frac{d}{L} \\ Z_1 &= \frac{h_1}{H} \\ Z_2 &= \frac{h_2}{H} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Definendo F_d il fattore di diffrazione, cioè il rapporto tra il campo ricevuto e quello che si sarebbe ricevuto nel vuoto, si ha:

$$F_d = \frac{E}{E_o} = V(X)U(Z_1)U(Z_2) \quad (2.23)$$

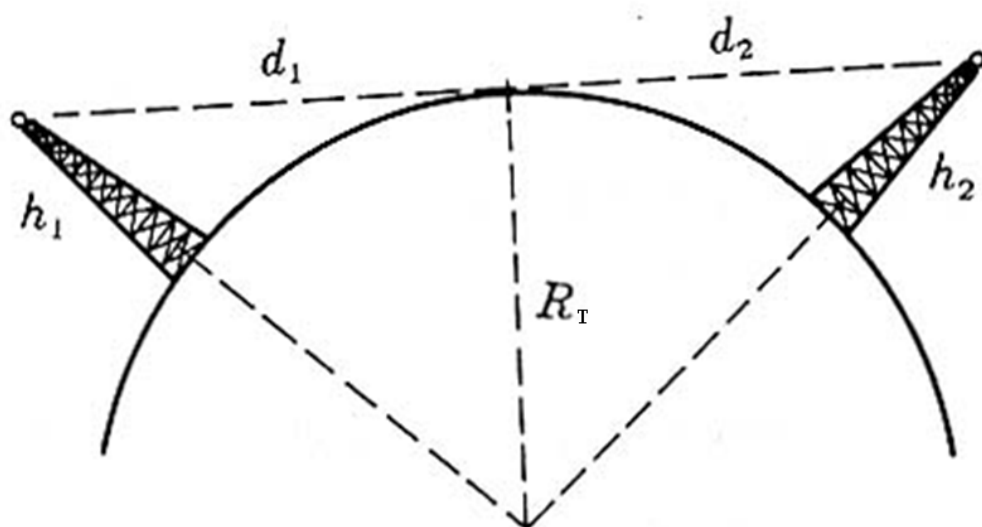


Figura 2.10

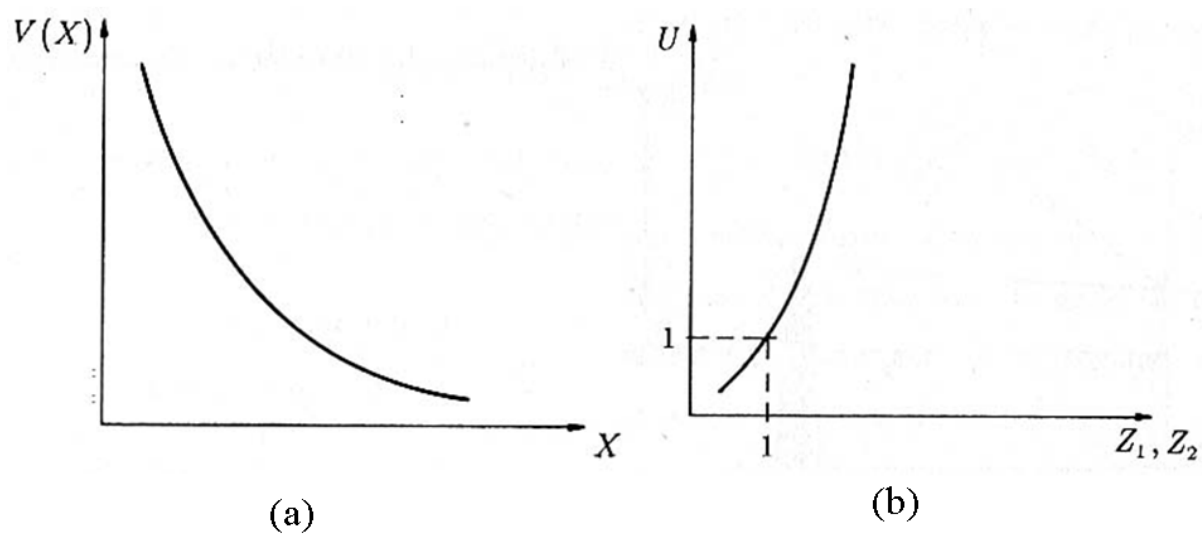


Figura 2.11

Gli andamenti delle funzioni $V(X)$, $U(Z_1)$ e $U(Z_2)$ sono mostrati nelle Fig. 2.11a e 2.11b. La $V(X)$ è una funzione decrescente, approssimabile come:

$$V(X) \simeq 2\sqrt{\pi X} \exp(-2.02X) \quad (2.24)$$

Esprime quanto si perde aumentando la distanza tra le antenne. La $U(Z_1, Z_2)$ invece è crescente, ed esprime quanto si recupera aumentando l'altezza delle antenne.

2.5 Diffrazione da ostacoli e specchi

Alcuni problemi propagativi sono riconducibili alla teoria della diffrazione da aperture. Due esempi classici sono quello dell'ostacolo e quello dello specchio.

Il problema dell'ostacolo si pone quando, lungo la tratta che congiunge due antenne, sono presenti rilievi o edifici tali da alterare, più o meno estesamente, le proprietà dell'onda rispetto a quelle che si avrebbero nel vuoto. Nel caso di Fig. 2.12 l'ostacolo è al di sotto della congiungente tra le due antenne, per cui introduce perturbazioni limitate, anche se non trascurabili. Nel caso di Fig. 2.13 l'ostacolo è al di sopra della congiungente stessa, per cui produce attenuazione molto forte, anche se, proprio per la diffrazione, la potenza che raggiunge il terminale ricevente può essere ancora apprezzabile.

In molti collegamenti che operano in presenza di rilievi, proprio per evitare il problema degli ostacoli, si usano ripetitori passivi, detti specchi, aventi forma piana e buona conducibilità, che reirradiano verso l'antenna ricevente la potenza proveniente dall'antenna trasmittente (Fig. 2.14).

Sia per il problema di Fig. 2.12-2.13 che per quello di Fig. 2.14 si ricorre alla teoria della diffrazione da apertura. Nel primo caso si assume che il piano ortogonale alla congiungente tra le antenne e passante per l'ostacolo agisca come uno schermo assorbente, avente al suo interno un'apertura che è illimitata nella direzione orizzontale e, verso l'alto, nella direzione verticale. Nel secondo caso l'apertura è limitata e coincide con lo specchio stesso. Le relative teorie sono illustrate nel seguito.

2.5.1 Teoria della diffrazione da apertura

Per analizzare il problema della diffrazione occorre ricollegarsi alla teoria delle aperture [2]. Sia dato lo schema mostrato in Figura 2.15. Si hanno un'antenna trasmittente (T) e un'antenna ricevente (R). A distanza d_1 dall'antenna trasmittente è presente uno schermo assorbente illimitato, ortogonale alla congiungente tra le due antenne, e all'interno del quale è praticata un'apertura rettangolare. Si prenda un sistema di riferimento con l'origine nel punto di intersezione tra il piano dello schermo e la congiungente tra le due antenne, asse x orizzontale, asse y verticale e asse z coincidente con la congiungente stessa. Siano x' e y' le coordinate di un generico punto dell'apertura. L'antenna trasmittente irradia. Se la distanza d_1 è elevata rispetto alle dimensioni dell'antenna trasmittente, sull'apertura sarà presente un fronte d'onda sferico. Nell'origine del sistema di riferimento, il campo incidente sarà dato da:

$$\mathbf{E}_{ot} = \mathbf{C_E} \frac{\exp(-j\beta d_1)}{d_1} \quad (2.25)$$

$\mathbf{C_E}$ è una costante vettoriale dipendente dall'antenna e β è la costante di propagazione. Per un generico punto del piano xy , di coordinate x' e y' , la distanza dall'antenna trasmittente sarà:

$$d' = \sqrt{d_1^2 + r'^2} \quad (2.26)$$

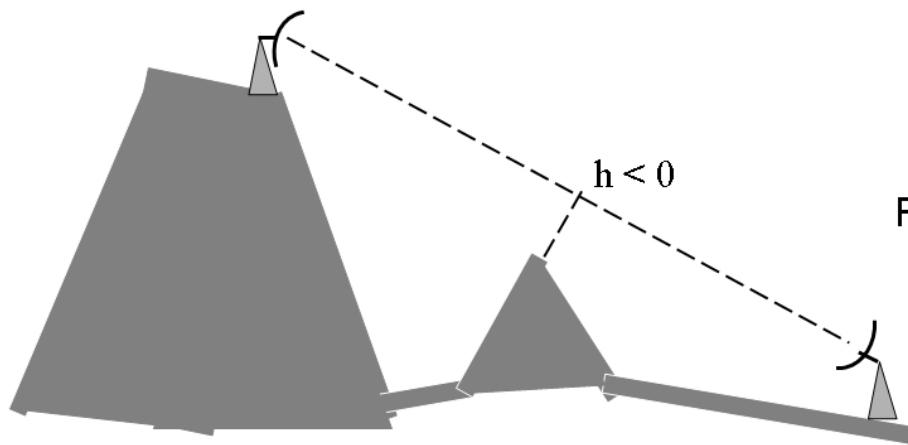


Figura 2.12

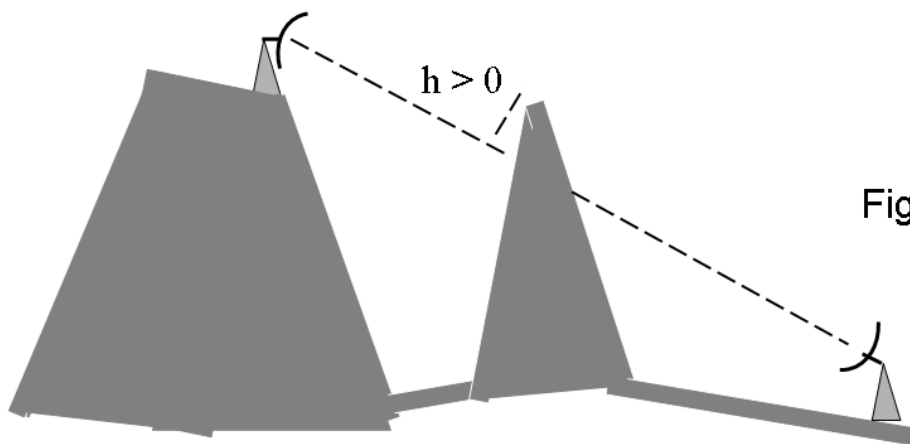


Figura 2.13

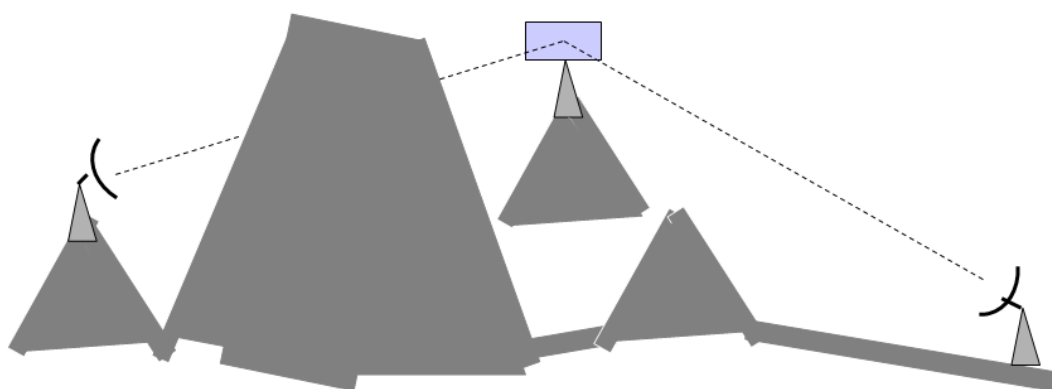


Figura 2.14

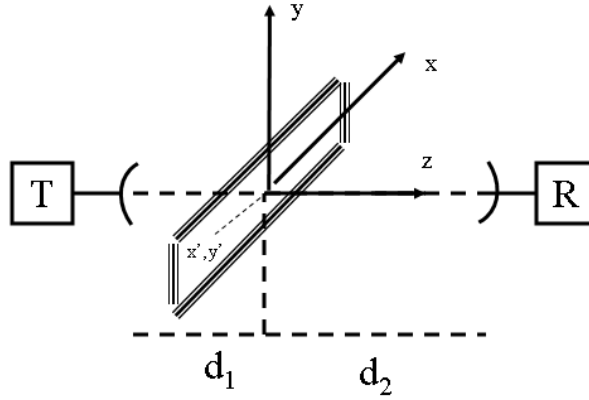


Figura 2.15

con:

$$r'^2 = x'^2 + y'^2 \quad (2.27)$$

Supponendo $r' \ll d_1$ si ha:

$$d' \simeq d_1 + \frac{r'^2}{2d_1} \quad (2.28)$$

Il campo quindi sarà dato da:

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{C}_E \frac{\exp(-j\beta d_1)}{d_1} \exp(-j\beta \frac{r'^2}{2d_1}) = \mathbf{E}_{ot} \exp(-j\beta \frac{r'^2}{2d_1}) \quad (2.29)$$

Utilizzando il teorema di equivalenza e la teoria della radiazione, è possibile dimostrare che il campo reirradiato nel semispazio $z > 0$ è dato da [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) &= \frac{j\beta}{2\pi r} \mathbf{r}_o \times \int_A (\mathbf{E}_t \times \mathbf{z}_o) \exp[j\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] dA \\ &= \frac{j\beta}{2\pi r} \mathbf{r}_o \times \int_A (\mathbf{E}_{ot} \times \mathbf{z}_o) \exp(-j\beta \frac{r'^2}{2d_1}) \exp[j\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] dA \end{aligned} \quad (2.30)$$

$\mathbf{r}$ è il vettore di posizione del punto di osservazione, $\mathbf{r}_o$ è il versore corrispondente. A è l'area dell'apertura praticata nello schermo. Il prodotto $(\mathbf{E}_t \times \mathbf{z}_o)$ è la corrente magnetica equivalente sull'apertura. Il contributo della corrente magnetica va moltiplicato per 2, per tener conto di un uguale contributo dovuto alla corrente elettrica. Si spiega così perchè a denominatore figura $2\pi r$, e

non $4\pi r$. Se la distanza r è sufficientemente elevata, il fattore $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ può essere approssimato con i primi due termini dello sviluppo in serie:

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \beta \left\{ -r + (\mathbf{r}_o \cdot \mathbf{r}'_o) r' - \frac{r'^2}{2r} [1 - (\mathbf{r}_o \cdot \mathbf{r}'_o)^2] \right\} \quad (2.31)$$

[NOTA. Nei problemi di radiazione da antenne, in generale la distanza del punto di osservazione è molto alta rispetto alla dimensione dell'apertura, per cui si può trascurare il terzo termine della 2.31 (approssimazione di campo lontano). Nei problemi di diffrazione da ostacolo o specchio, invece, occorre tener conto di tutti e tre i termini.]

L'approssimazione 2.31 prende il nome di approssimazione di Fresnel. Usando un sistema di coordinate sferiche (r, θ, ϕ) centrato nell'origine, si ha:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_o &= \mathbf{x}_o \sin \theta \cos \phi + \mathbf{y}_o \sin \theta \sin \phi + \mathbf{z}_o \cos \theta \\ \underline{\theta}_o &= \mathbf{x}_o \cos \theta \cos \phi + \mathbf{y}_o \cos \theta \sin \phi - \mathbf{z}_o \sin \theta \\ \underline{\phi}_o &= -\mathbf{x}_o \sin \phi + \mathbf{y}_o \cos \phi \end{aligned} \quad (2.32)$$

Per individuare il punto di osservazione si useranno le coordinate sferiche definite dalle 2.32. Per semplicità, e senza limitare la generalità della trattazione, supponiamo inoltre che il campo elettrico sia polarizzato verticalmente. Supponiamo ancora che si abbia ampiezza costante sull'apertura.

Si ha allora:

$$\mathbf{E}_{ot} = E_{oy} \mathbf{y}_o \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_o \times (\mathbf{E}_{ot} \times \mathbf{z}_o) &= E_{oy} \mathbf{y}_o \cos \theta - E_{oy} \mathbf{z}_o \sin \theta \sin \phi \\ &= E_{oy} (\underline{\theta}_o \sin \phi + \underline{\phi}_o \cos \theta \cos \phi) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Per determinare il campo in prossimità dell'antenna ricevente teniamo conto che, per come è stato scelto il sistema di riferimento, il punto di osservazione sarà collocato sull'asse z , a distanza d_2 dall'origine. Poniamo quindi:

$$\begin{aligned} z &= d_2 \\ x &= y = 0 \\ \sin \theta &= 0 \\ \cos \theta &= 1 \\ \mathbf{r}_o \cdot \mathbf{r}'_o &= 0 \end{aligned}$$

Si avrà:

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \simeq -\beta d_2 - \beta \frac{r'^2}{2d_2} \quad (2.35)$$

Il campo in prossimità dell'antenna ricevente sarà dato da:

$$\mathbf{E}(0, 0, d_2) = \frac{j\beta}{2\pi d_2} E_{oy} (\underline{\theta}_o \sin \phi + \underline{\phi}_o \cos \phi) \exp(-j\beta d_2) \int_A \exp \left[-j \frac{\beta r'^2}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) \right] dA \quad (2.36)$$

Considerando un'apertura rettangolare che si estende da $x = a_1$ a $x = a_2$ lungo l'asse x , da $y = b_1$ a $y = b_2$ lungo l'asse y (non necessariamente centrata nell'origine), si ha:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(0, 0, d_2) &= \frac{j\beta}{2\pi} \cdot \frac{\exp(-j\beta d_2)}{d_2} E_{oy}(\theta_o \sin \phi + \phi_o \cos \phi) \\ &\cdot \int_{a_1}^{a_2} \exp \left[-j \frac{\beta x'^2}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right) \right] dx' \int_{b_1}^{b_2} \exp \left[-j \frac{\beta y'^2}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right) \right] dy' \end{aligned} \quad (2.37)$$

La soluzione è data dal prodotto tra due integrali di forma simile. Poniamo:

$$\begin{aligned} Q_x &= \int_{a_1}^{a_2} \exp \left[-j \frac{\beta x'^2}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right) \right] dx' \\ Q_y &= \int_{b_1}^{b_2} \exp \left[-j \frac{\beta y'^2}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right) \right] dy' \end{aligned} \quad (2.38)$$

Per il calcolo del primo integrale poniamo:

$$\frac{\beta x'^2}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right) = \frac{\pi}{2} u^2 \quad (2.39)$$

da cui:

$$u = \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} x' \quad (2.40)$$

$$du = \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} dx' \quad (2.41)$$

Si ha:

$$Q_x = \sqrt{\frac{\lambda d_1 d_2}{2(d_1 + d_2)}} \int_{u_1}^{u_2} \exp(-j \frac{\pi}{2} u^2) du \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} a_1 \\ u_2 &= \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} a_2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

L'integrale che figura nella 2.42 è il cosiddetto Integrale di Fresnel complesso $I(w)$. Quindi:

$$Q_x = \sqrt{\frac{\lambda d_1 d_2}{2(d_1 + d_2)}} [I(u_2) - I(u_1)] \quad (2.44)$$

Si ha:

$$I(w) = C(w) - jS(w) \quad (2.45)$$

con:

$$C(w) = \int_0^w \cos\left(\frac{\pi}{2} u^2\right) du \quad (2.46)$$

$$S(w) = \int_0^w \sin\left(\frac{\pi}{2} u^2\right) du \quad (2.47)$$

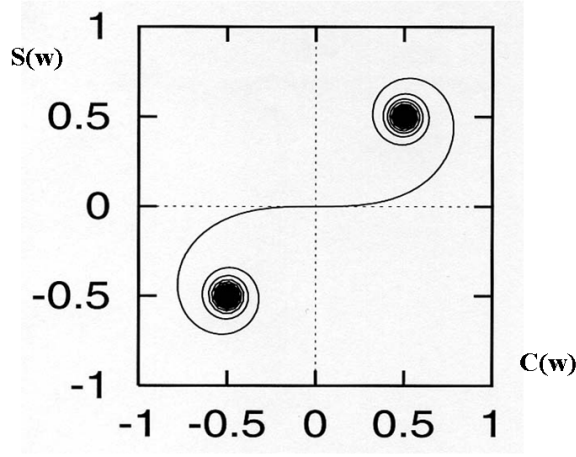


Figura 2.16

Le funzioni $C(w)$ e $S(w)$ sono disponibili in forma di tabelle o routines. Si può procedere analogamente anche per Q_y , ottenendo:

$$Q_y = \sqrt{\frac{\lambda d_1 d_2}{2(d_1 + d_2)}} [I(v_2) - I(v_1)] \quad (2.48)$$

dove:

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} b_1 \\ v_2 &= \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} b_2 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Si ricorda che, in base alla 2.29, era:

$$E_{oy} = C_E \cdot \frac{\exp(-j\beta d_1)}{d_1} \quad (2.50)$$

Combinando la 2.37 con le 2.38-2.44 e 2.48-2.49 e tenendo conto della 2.50 si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= C_E \cdot \frac{\exp[-j\beta(d_1 + d_2)]}{(d_1 + d_2)} \frac{j}{2} (\underline{\theta}_o \sin \phi + \underline{\phi}_o \cos \phi) \\ &\quad \cdot [C(v_2) - C(v_1) - jS(v_2) + jS(v_1)] \cdot [C(u_2) - C(u_1) - jS(u_2) + jS(u_1)] \end{aligned} \quad (2.51)$$

Un'utile rappresentazione grafica del risultato della 2.51 può essere ottenuta riportando la $S(w)$ in funzione della $C(w)$, come mostrato in Figura 2.16. Si ha la cosiddetta spirale di Cornu.

Si hanno le seguenti proprietà.

- $C(0) = S(0) = 0$
- Per $w \rightarrow +\infty$:
 $C(w) \rightarrow 0.5$

$$S(w) \rightarrow 0.5$$

Per $w \rightarrow -\infty$:

$$C(w) \rightarrow -0.5$$

$$S(w) \rightarrow -0.5$$

Le funzioni $C(w)$ e $S(w)$ raggiungono i valori limite con un andamento non monotono. C'è un alternarsi di massimi e minimi.

- Il valore massimo del modulo $\sqrt{C^2(w) + S^2(w)}$ è ottenuto per $w \simeq \pm 1.25$, e vale ~ 0.946 . Naturalmente, il valore limite del modulo per $w \rightarrow -\infty$ è 0.707.

Si definisce fattore di diffrazione F_d il rapporto tra l'ampiezza del campo ricevuto e quella che si sarebbe avuta in assenza dello schermo con apertura. L'ipotesi di assenza di schermo corrisponde a far estendere fino all'infinito l'apertura. Si avrebbe, in quel caso:

$$u_1 = v_1 \rightarrow -\infty:$$

$$C(u_1) = S(u_1) \rightarrow -0.5$$

$$C(v_1) = S(v_1) \rightarrow -0.5$$

$$u_2 = v_2 \rightarrow +\infty:$$

$$C(u_2) = S(u_2) \rightarrow 0.5$$

$$C(v_2) = S(v_2) \rightarrow 0.5$$

Tenendo conto che:

$$|1 - j|^2 = 2,$$

dalla 2.51 si ottiene:

$$F_d = 0.5 \cdot |C(u_2) - C(u_1) - jS(u_2) + jS(u_1)| \cdot |C(v_2) - C(v_1) - jS(v_2) + jS(v_1)| \quad (2.52)$$

2.5.2 Il caso dell'ostacolo

Il problema dell'ostacolo è trattato in forma approssimata con il modello a lama di coltello. Si suppone (Figura 2.17) che, a distanza d_1 dall'antenna trasmittente, sia presente uno schermo assorbente disposto ortogonalmente alla congiungente tra le due antenne. Può essere applicata la teoria descritta in 2.4.1, considerando un'apertura illimitata con:

$$a_1 = -\infty$$

$$a_2 = +\infty$$

$$b_1 = h$$

$$b_2 = +\infty$$

h sarà positivo se l'ostacolo si estende oltre la congiungente tra le antenne, mentre sarà negativo se l'ostacolo non raggiunge tale congiungente. In questo secondo caso, il valore assoluto $|h|$ prende il nome di franco. Per le 2.43 e 2.49 si ha:

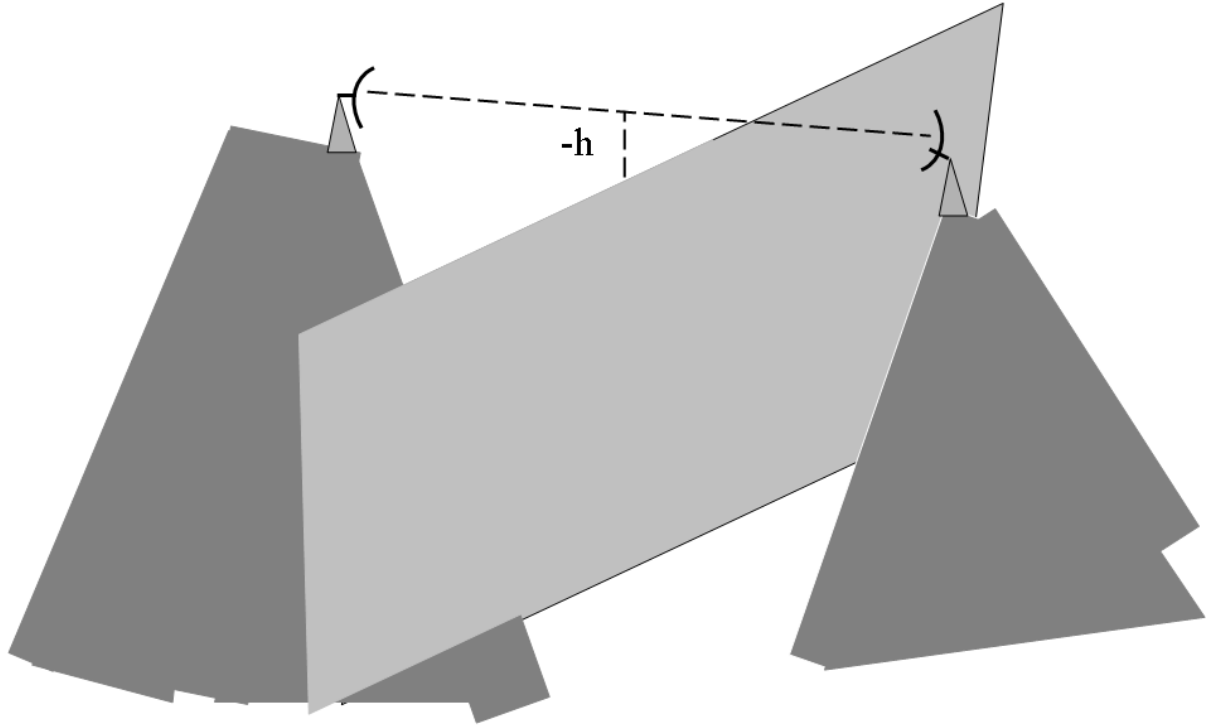


Figura 2.17

$$\begin{aligned}
 u_1 &= -\infty \\
 u_2 &= +\infty \\
 v_1 &= h \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \\
 v_2 &= +\infty
 \end{aligned}$$

Quindi, si avrà:

$$\begin{aligned}
 C(u_2) - C(u_1) &= 1 \\
 S(u_2) - S(u_1) &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C(u_2) - C(u_1) - jS(u_2) + jS(u_1) &= 1 - j \\
 C(v_2) - C(v_1) - jS(v_2) + jS(v_1) &= 0.5 - C(v_1) - j0.5 + jS(v_1)
 \end{aligned}$$

Il fattore di diffrazione, quindi, sarà:

$$F_d = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot |0.5(1 - j) - [C(v_1) - jS(v_1)]| \quad (2.53)$$

L'andamento del fattore di diffrazione (in dB) in funzione di v_1 è riportato in Figura 2.18

Si nota quanto segue.

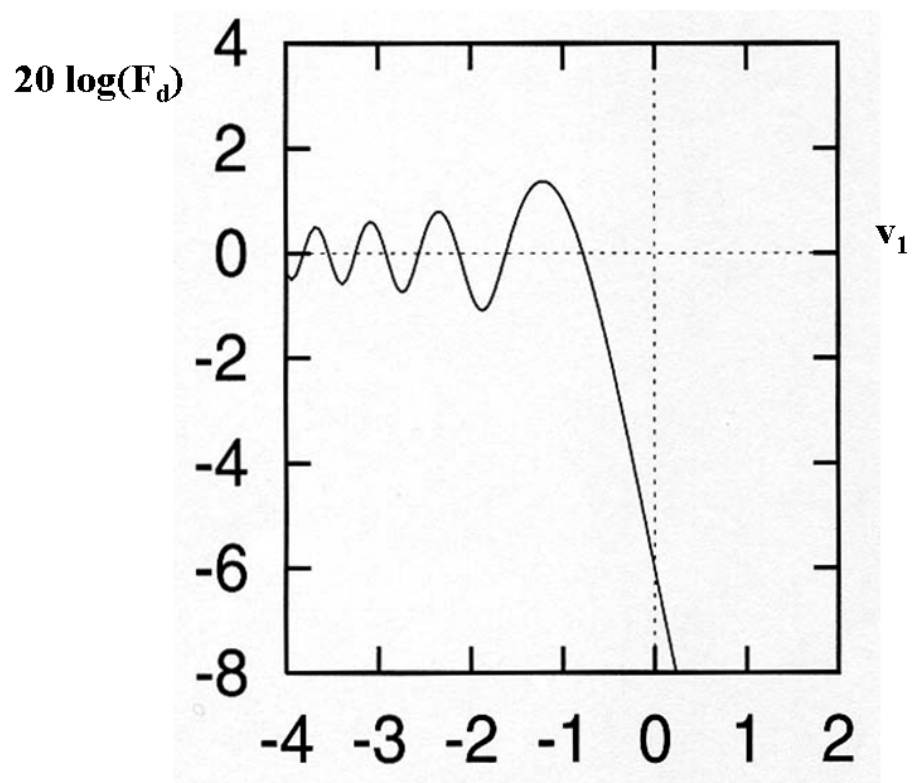


Figura 2.18

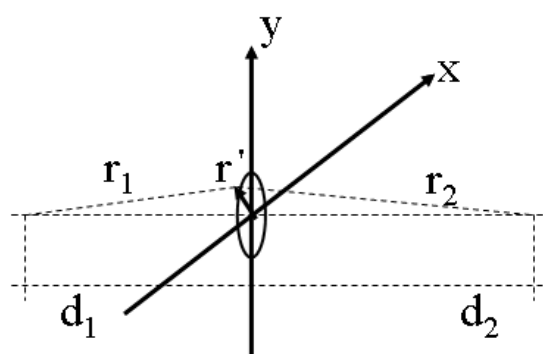


Figura 2.19

- Per $v_1 \rightarrow -\infty$, $F_d \rightarrow 0$ dB, come è ovvio in base alla definizione.
- Per $v_1 = 0$, $F_d = -6$ dB. Ciò significa che, quando l'ostacolo tocca la congiungente tra le antenne, il campo ricevuto si riduce alla metà e la potenza ricevuta alla quarta parte.
- Al crescere di v_1 verso valori positivi, l'ostacolo maschera sempre di più la congiungente tra le antenne e F_d tende rapidamente a 0. Per descrivere questa situazione, si utilizzano formule semplificate, che approssimano bene la teoria esatta.

$$\begin{aligned} F_d &= 20 \log[0.5 \exp(-0.95v_1)] && \text{per } 0 < v_1 \leq 1 \\ F_d &= 20 \log\{0.4 - [0.1184 - (0.38 - 0.1v_1)^2]^{1/2}\} && \text{per } 1 < v_1 \leq 2.4 \\ F_d &= 20 \log(0.225/v_1) && \text{per } v_1 > 2.4 \end{aligned} \quad (2.54)$$

Si usa una formula approssimata anche per valori di v_1 moderatamente negativi, tali da non raggiungere il primo massimo del diagramma di Fig. 2.18:

$$F_d = 20 \log(0.5 - 0.62v_1) \quad \text{per } -0.8 < v_1 \leq 0 \quad (2.55)$$

- Per $v_1 < 0$ c'è un andamento caratterizzato da massimi e minimi, che trova interpretazione grafica nella spirale di Fig. 2.16. Dal punto di vista fisico, la spiegazione sta nelle cosiddette zone di Fresnel. Si consideri (Fig. 2.19) una generica circonferenza, di raggio r' , appartenente al piano xy . Siano r_1 ed r_2 le distanze che i punti della circonferenza hanno dall'antenna trasmittente e ricevente, rispettivamente. Il cammino elettromagnetico totale passando per i punti della circonferenza sarà $r_1 + r_2$. La differenza tra tale cammino e quello minimo, che si ha procedendo lungo la congiungente rettilinea, sarà:

$$\Delta r = r_1 + r_2 - d_1 - d_2 = (r_1 - d_1) + (r_2 - d_2) \quad (2.56)$$

Poichè

$$r_1 - d_1 \ll d_1$$

$$r_2 - d_2 \ll d_2$$

si ha:

$$\Delta r \simeq \frac{r'^2}{2d_1} + \frac{r'^2}{2d_2} = \frac{r'^2}{2} \frac{(d_1 + d_2)}{d_1 d_2} \quad (2.57)$$

A tale differenza di cammino corrisponderà una differenza di fase data da:

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r'^2}{2} \frac{(d_1 + d_2)}{d_1 d_2} \quad (2.58)$$

Si definisce prima zona di Fresnel il luogo dei punti per cui $\Delta \Phi \leq \pi$

Quindi, dovrà essere:

$$r' \leq r'_I = \sqrt{\frac{\lambda d_1 d_2}{(d_1 + d_2)}} \quad (2.59)$$

I punti appartenenti alla prima zona di Fresnel contribuiscono sostanzialmente in fase al campo ricevuto dall'antenna ricevente.

In modo analogo, si definisce seconda zona di Fresnel il luogo dei punti per cui $\pi < \Delta \Phi \leq 2\pi$

Quindi, dovrà essere:

$$r'_I < r' \leq r'_{II} \quad (2.60)$$

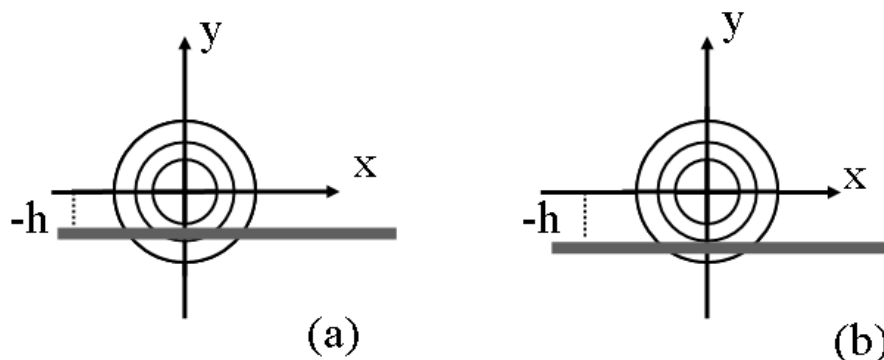


Figura 2.20

con:

$$r'_{II} = \sqrt{\frac{2\lambda d_1 d_2}{(d_1 + d_2)}} \quad (2.61)$$

I punti appartenenti alla seconda zona di Fresnel contribuiscono sostanzialmente in opposizione di fase al campo ricevuto dall'antenna ricevente. Possono essere definite in modo analogo le zone di Fresnel di ordine superiore. L'andamento di Figura 2.18, pertanto, può essere interpretato come segue. Il fattore di diffrazione presenta il primo massimo quando l'ostacolo non tocca la prima zona di Fresnel, ma maschera parzialmente la seconda (Figura 2.20a).

Presenta, invece, il primo minimo quando l'ostacolo non tocca la seconda zona di Fresnel, ma maschera la terza (Figura 2.20b). Aumenti ulteriori di h verso valori negativi produrranno un alternarsi di massimi e minimi (che, però, saranno sempre meno accentuati) a seconda che siano mascherate zone di Fresnel di ordine pari o di ordine dispari.

Al variare di d_1 e d_2 , le circonferenze che delimitano le zone di Fresnel descrivono ellissoidi, detti ellissoidi di Fresnel.

Dal punto di vista applicativo, occorre distinguere tra due casi fondamentali. Nel caso di collegamenti punto-punto fissi è opportuno progettare il collegamento in modo che tutti gli ostacoli

siano esterni al primo ellissoide di Fresnel. Nel caso di sistemi di radiodiffusione o con mezzi mobili, possono verificarsi situazioni in cui il primo ellissoide di Fresnel sia mascherato, o perfino si abbia $v_1 > 0$. Occorre allora calcolare il fattore di diffusione usando le 2.54 e 2.55.

2.5.3 Il caso dello specchio

Sia dato uno specchio quadrato di lato a , collocato a distanza d_1 dall'antenna trasmittente, d_2 dall'antenna ricevente. Supponiamo inoltre, come avviene in pratica, che l'angolo formato dalla direzione di incidenza e da quella di riflessione con la normale allo specchio siano piccoli. Può essere applicata la trattazione del Paragrafo 2.4.1. Per il principio delle immagini, è come se le antenne fossero collegate da un'unica congiungente rettilinea e a distanza d_1 dalla trasmittente fosse presente uno schermo con un'apertura quadrata (Figura 2.21) con :

$$\begin{aligned} a_1 &= b_1 = -a/2 \\ a_2 &= b_2 = a/2 \end{aligned}$$

(vedi Figura 2.22) Si avrà, allora:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 = -a/2 \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \\ u_2 &= v_2 = a/2 \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Le $S(w)$ e $C(w)$ sono funzioni antisimmetriche rispetto all'origine. Dalla 2.52 si ottiene pertanto, per il fattore di diffrazione, la seguente espressione:

$$F_d = 0.5 \cdot |2C(u_1) + 2jS(u_1)|^2 = 2[C^2(u_1) + S^2(u_1)] \quad (2.63)$$

Anche in questo caso si ha $F_d \rightarrow 1$ per $u_1 \rightarrow \infty$ e $u_1 \rightarrow -\infty$. Al variare di u_1 , si ottiene l'andamento riportato in Figura 2.23.

Anche in questo caso si nota la presenza di massimi e minimi, che sono più accentuati rispetto al caso dell'ostacolo. Si può ancora interpretare il risultato in termini di zone di Fresnel. Scegliendo opportunamente d_1 , d_2 e le dimensioni dello specchio, si può far sì che lo specchio contenga al suo interno solo la prima zona di Fresnel. In questo caso la potenza ricevuta può essere maggiore di quella che si sarebbe avuta con due antenne in visibilità diretta.

2.6 Ostacoli di spessore finito

In molte situazioni reali, particolarmente nei collegamenti con mezzi mobili, il problema dell'ostacolo presenta una rappresentazione geometrica del tipo di quella mostrata in Figura 2.24. L'ostacolo ha spessore finito. Assumiamo come tondeggianti la sua parte superiore, approssimabile ad un semicirconferenza di raggio R_o (in una rappresentazione bidimensionale). Si traccino le tangenti a tale semicirconferenza passanti per le posizioni delle due antenne (P_1 e P_2) e sia P il punto di intersezione di tali tangenti.

Come primo passo, si calcola il fattore di diffrazione (in dB) per un ostacolo laminare equivalente. Si usa la trattazione del paragrafo 2.4.2, e in particolare le 2.54. Supponendo di avere $v_1 > 2.4$, si ha:

$$F_{do} = 20 \log(0.225/v_1) \quad (2.64)$$

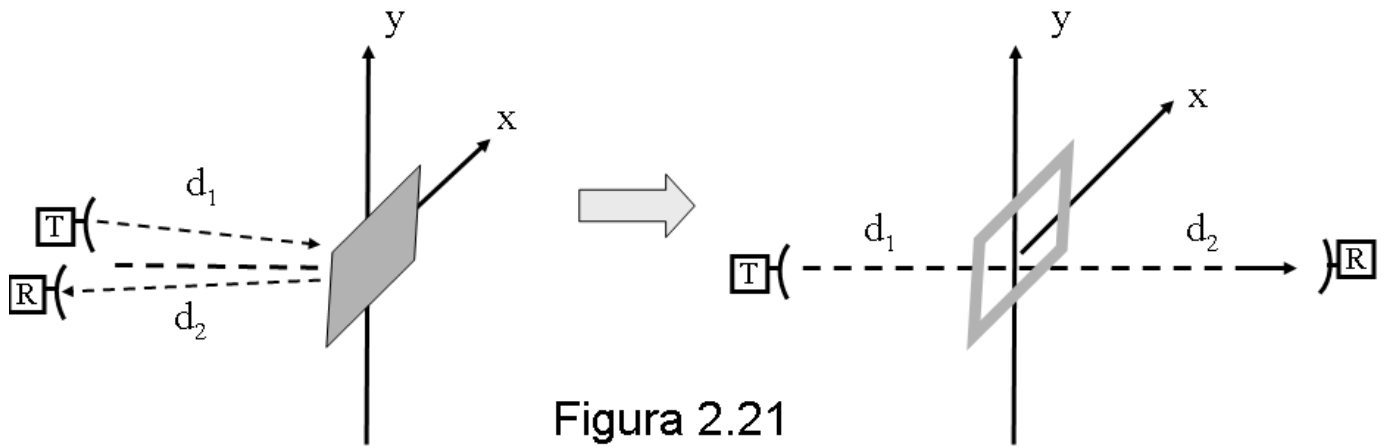


Figura 2.21

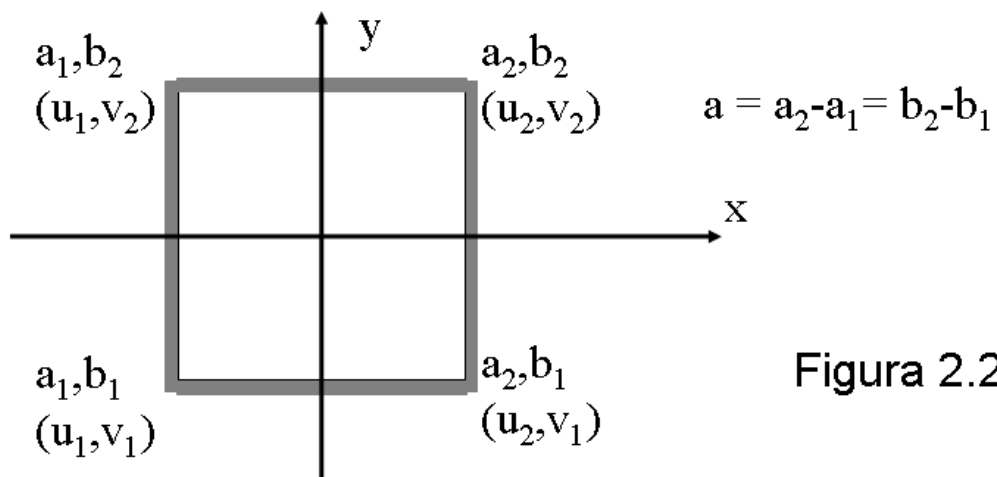


Figura 2.22

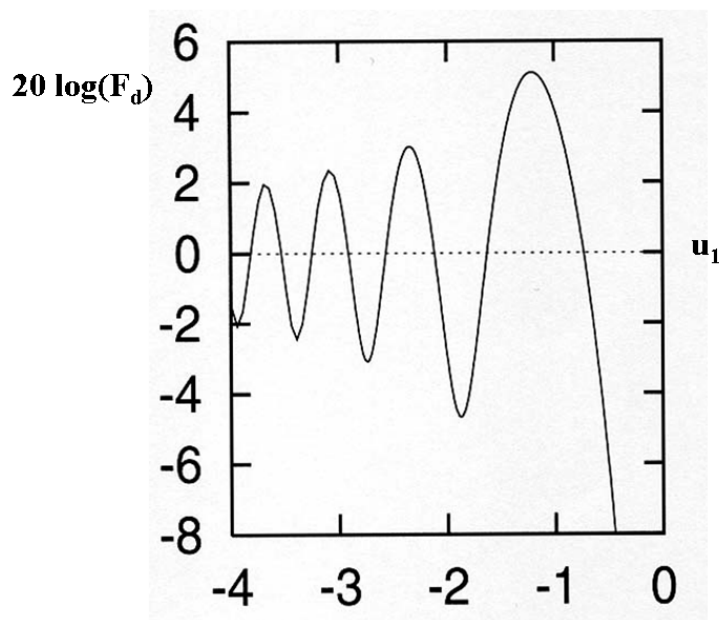


Figura 2.23

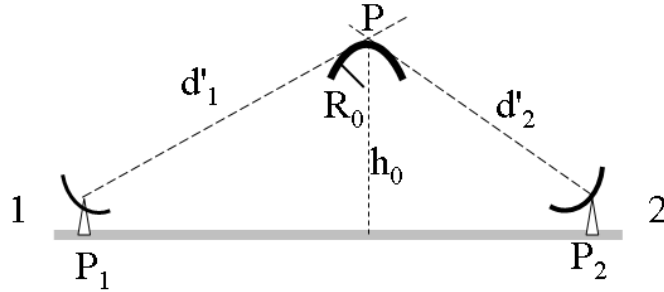


Figura 2.24

con:

$$v_1 = h_o \sqrt{\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2}} \quad (2.65)$$

h_o , d_1 e d_2 sono i parametri che avrebbe un ostacolo laminare perpendicolare alla congiungente tra le due antenne ed esteso fino al punto P . Esistono contributi aggiuntivi, dovuti a riflessioni e perdite lungo la propagazione superficiale. Per il loro calcolo, si usano semplici formule algebriche ottenute come approssimazioni di modelli teorici. Ad esempio, l'Unione Internazionale delle Telecomunicazioni suggerisce la seguente procedura.

- Si calcola

$$p = R_o \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi R_o} \right)^{1/3} \quad (2.66)$$

- Si calcola

$$q = \frac{h_o}{R_o} \cdot \left(\frac{\pi R_o}{\lambda} \right)^{2/3} \quad (2.67)$$

- Il fattore di diffrazione totale è dato da:

$$F_d = F_{do} - k \cdot p^b \quad (2.68)$$

dove:

$$\begin{aligned} k &= 8.2 + 12.0q \\ b &= 0.73 + 0.27[1 - \exp(-1.43q)] \end{aligned} \quad (2.69)$$

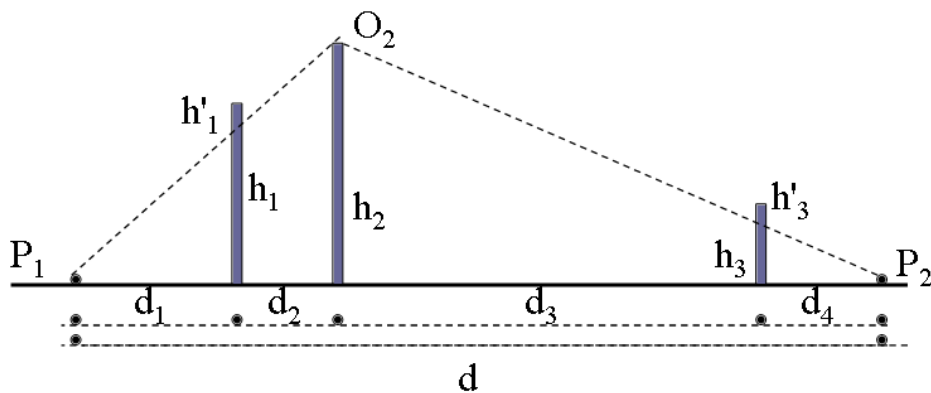


Figura 2.25

2.7 Il problema dell'ostacolo multiplo

In generale, tra le due antenne saranno presenti numerosi ostacoli. Per tenerne conto, sono state sviluppate alcune teorie che stimano il fattore di diffrazione complessivo, utilizzando opportunamente la teoria del singolo ostacolo. Se ne riportano in seguito alcune tra le più note.

2.7.1 Il metodo di Deygout

Siano presenti un numero N di ostacoli tra le due antenne ($N = 3$ nell'esempio di Figura 2.25). Per ciascun ostacolo si calcola il fattore di diffrazione che si avrebbe se fosse l'unico presente. Si usa il metodo descritto nel paragrafo 2.4.2. Per il generico ostacolo i -esimo, indicando con V_i il valore assunto dal parametro v_1 per quell'ostacolo, si procede in due passi.

1. Si calcola V_i con la:

$$V_i = h_i \sqrt{\frac{2d}{\lambda D_i (d - D_i)}} \quad (2.70)$$

h_i è l'altezza dell'ostacolo, d è la lunghezza totale del collegamento e D_i è la distanza dell'ostacolo i -esimo dall'antenna trasmittente:

$$D_i = \sum_{k=1}^i d_k \quad (2.71)$$

2. Si calcola il fattore di diffrazione F_{di} usando le 2.54 o 2.55

D'ora in avanti, si userà la notazione:

$$F_{di} = F_d(D_i, d - D_i, h_i)$$

Sia m il valore di i per cui V_i è massimo (ostacolo principale). Nell'esempio di Fig. 2.15, si ha $m = 2$, con:

$$V_2 = h_2 \sqrt{\frac{2d}{\lambda(d_1 + d_2)(d_3 + d_4)}} \quad (2.72)$$

Si considerano, successivamente, i due subcollegamenti tra il bordo dell'ostacolo principale (O_2 nell'esempio di Fig. 2.25) ed i due punti P_1 e P_2 . Per ciascuno dei due subcollegamenti, si determinano i nuovi ostacoli principali (m'_1, m'_2) e si calcolano i nuovi fattori di diffrazione parziali F'_{dm1} e F'_{dm2} . Si procede poi iterativamente, calcolando i fattori F''_{dmi} dell'iterazione successiva, fino ad esaurire tutti gli ostacoli.

Alla fine si sommano (in dB) i fattori di diffrazione parziali. Nell'esempio di Fig. 2.25, essendo $N = 3$, sono sufficienti le prime due iterazioni. Si ha:

$$m = 2, m'_1 = 1, m'_2 = 3$$

Il fattore di diffrazione totale sarà dato da:

$$[F_{dTOT}]_{dB} = [F_{d2}]_{dB} + [F'_{d1}]_{dB} + [F'_{d3}]_{dB} \quad (2.73)$$

dove:

$$F_{d2} = F_d(d_1 + d_2, d_3 + d_4, h_2) \quad (2.74)$$

$$F'_{d1} = F_d(d_1, d_2, h'_1) \quad (2.75)$$

$$F'_{d3} = F_d(d_3, d_4, h'_3) \quad (2.76)$$

Il significato dei parametri h'_1 e h'_3 può essere dedotto dalla Fig. 2.25. Nei passi successivi al primo, si può sempre supporre che le distanze oblique siano approssimabili con le loro proiezioni orizzontali: $d'_i \simeq d_i$

Il metodo di Deygout tende a sovrastimare l'effetto complessivo quando sono presenti numerosi ostacoli e/o alcuni di essi sono collocati a distanze relativamente piccole. Per ovviare a questo problema, è stato introdotto un fattore correttivo dovuto a Causebrook. Per semplicità, si farà riferimento direttamente al caso di Fig. 2.25. Si ha:

$$[F_{dTOT}]_{dB} = [F_{d2}]_{dB} + [F'_{d1}]_{dB} + [F'_{d3}]_{dB} + C_1 + C_3 \quad (2.77)$$

dove:

$$\begin{aligned} C_1 &= (6 - F_{d2} + F_{d1}) \cos \alpha_1 \\ C_3 &= (6 - F_{d2} + F_{d3}) \cos \alpha_3 \end{aligned} \quad (2.78)$$

F_{d1} e F_{d3} sono i fattori di diffrazione dovuti ai soli ostacoli 1 e 3:

$$\begin{aligned} F_{d1} &= F_d(d_1, d_2 + d_3 + d_4, h_1) \\ F_{d3} &= F_d(d_1 + d_2 + d_3, d_4, h_3) \end{aligned} \quad (2.79)$$

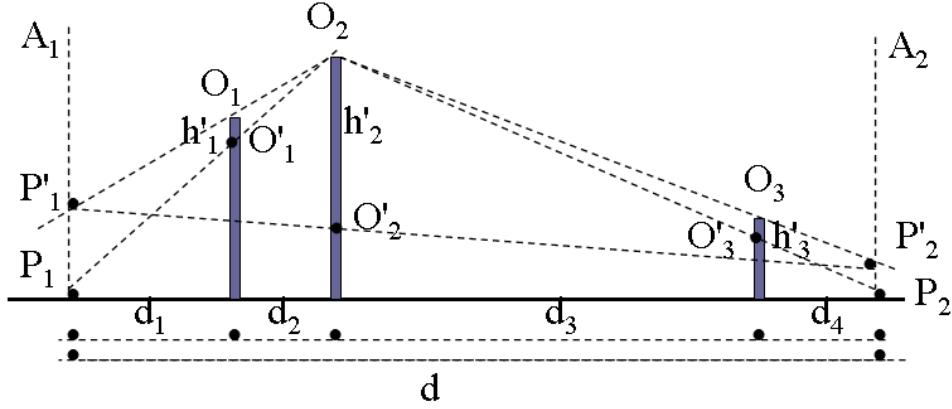


Figura 2.26

$$\begin{aligned}
 \cos \alpha_1 &= \sqrt{\frac{d_1(d_3 + d_4)}{(d_1 + d_2)(d_2 + d_3 + d_4)}} \\
 \cos \alpha_3 &= \sqrt{\frac{(d_1 + d_2)d_4}{(d_1 + d_2 + d_3)(d_3 + d_4)}}
 \end{aligned} \tag{2.80}$$

2.7.2 Il metodo di Giovaneli

Analogamente al metodo di Deygout, anche quello proposto da Giovaneli si basa sul concetto di ostacolo principale. Per semplicità, facciamo riferimento allo stesso caso a tre ostacoli di Figura 2.26.

Si considerino i piani A_1 e A_2 passanti per i punti P_1 e P_2 e ortogonali alla direzione del collegamento $(\overline{P_1P_2})$. Si determinano l'ostacolo principale ($m = 2$ nel caso di Fig. 2.26) e gli ostacoli principali dei subcammini ($m'_1 = 1$ e $m'_2 = 3$ nel caso di Fig. 2.26). Dal bordo superiore dell'ostacolo principale (O_2 nel caso di Fig. 2.25) si tracciano le semirette passanti per i punti superiori degli ostacoli principali dei subcammini (O_1 e O_3 nel caso di Fig. 2.26). Siano P'_1 e P'_2 i punti di intersezione con i piani A_1 e A_2 . Si ottiene il punto O'_2 come intersezione tra l'ostacolo principale e la congiungente $P'_1P'_2$. Si ottengono i punti O'_1 e O'_3 come intersezioni tra gli ostacoli 1 e 3 (rispettivamente) e la congiungente O_2P_1 e O_2P_2 . Si definiscono:

$$\begin{aligned}
 h'_1 &= \overline{O_1O'_1} \\
 h'_2 &= \overline{O_2O'_2} \\
 h'_3 &= \overline{O_3O'_3}
 \end{aligned}$$

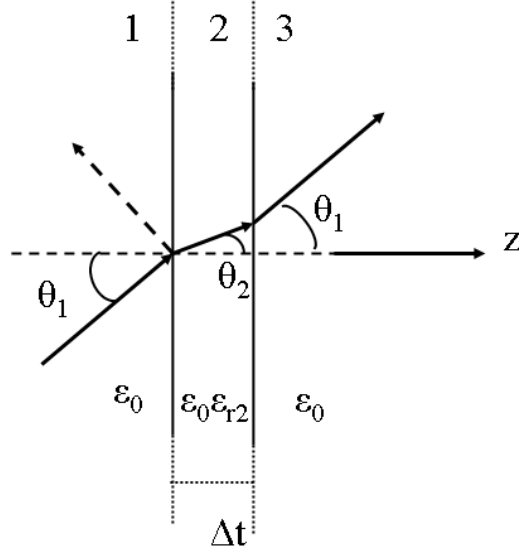


Figura 2.27

Il fattore di diffrazione totale, secondo l'algoritmo di Giovaneli, è dato (in dB) da:

$$F_{dTOT} = F_d(d_1, d_2, h'_1) + F_d(d_3, d_4, h'_3) + F_d(d_1 + d_2, d_3 + d_4, h'_2) \quad (2.81)$$

Se sono presenti ulteriori ostacoli oltre al principale e i due sub-principali, saranno caratterizzati da franchi positivi ($V_i < 0$) rispetto alle semirette passanti per O_1 e P'_1 , ovvero per O_2 e P'_2 . Il contributo di questi ulteriori ostacoli potrà essere calcolato con la 2.53 e successivamente sommato ai termini della 2.81.

2.8 Effetti delle pareti

La crescente diffusione dei collegamenti con mezzi mobili rende molto attuale il problema degli effetti che le pareti di edifici provocano sulle onde elettromagnetiche. Sia data (Figura 2.27) una parete che, in una prima approssimazione semplificativa, assumiamo come uno strato di spessore Δt riempito di dielettrico uniforme di costante dielettrica ϵ_{r2} .

Supponiamo che incida un'onda piana con angolo di incidenza θ_1 . Una frazione della potenza sarà riflessa dalla parete mentre un'altra frazione (complementare alla precedente se ϵ_{r2} è reale) sarà trasmessa nel semispazio 3, aldilà della parete stessa. Il problema ha interesse applicativo, nelle comunicazioni con mezzi mobili, per numerosi motivi.

- La riflessione ha interesse per stimare la propagazione in ambiente urbano attraverso riflessioni multiple dalle facciate di edifici.

- La trasmissione è importante qualora il terminale mobile sia collocato all'interno di un edificio. Inoltre, consente di valutare il contributo all'illuminazione di una copertura dovuta a propagazione attraverso gli edifici.

Con riferimento alla Fig. 2.27 si ha:

1. Mezzo 1: semispazio riempito di aria con costante dielettrica ϵ_o , impedenza del mezzo Z_o .
2. Mezzo 2: strato dielettrico di costante dielettrica $\epsilon_{r2}\epsilon_o$, impedenza del mezzo $Z_2 = Z_o/\sqrt{\epsilon_{r2}}$
3. Mezzo 3: semispazio di proprietà analoghe a quelle del mezzo 1

Un'onda incidente da mezzo 1 con angolo θ_1 sarà in parte riflessa, in parte trasmessa nel mezzo 2 con angolo θ_2 . Per la legge di Snell:

$$\sin \theta_2 = \frac{\sin \theta_1}{\sqrt{\epsilon_{r2}}} \quad (2.82)$$

In corrispondenza dell'interfaccia tra mezzo 2 e mezzo 3, una parte della potenza sarà trasmessa nel mezzo 3 (dove riprenderà a propagarsi con angolo θ_1), un'altra sarà riflessa. All'interno del mezzo 2 saranno presenti riflessioni multiple e, se la ϵ_{r2} è complessa, dissipazione.

Se il mezzo 2 fosse un semispazio infinito i coefficienti di riflessione all'interfaccia 1-2 sarebbero dati da:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12V} &= (Z'_{2V} - Z'_{oV}) / (Z'_{2V} + Z'_{oV}) \quad (\text{polarizzazione verticale, o TM}) \\ \Gamma_{12H} &= (Z'_{2H} - Z'_{oH}) / (Z'_{2H} + Z'_{oH}) \quad (\text{polarizzazione orizzontale, o TE}) \end{aligned} \quad (2.83)$$

dove:

$$Z'_{2V} = \frac{Z_o}{\epsilon_{r2}} \sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2 \theta_1} \quad (2.84)$$

$$Z'_{oV} = Z_o \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} \quad (2.85)$$

$$Z'_{2H} = \frac{Z_o}{\sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2 \theta_1}} \quad (2.86)$$

$$Z'_{oH} = \frac{Z_o}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}} \quad (2.87)$$

I coefficienti di trasmissione sono dati da:

$$\begin{aligned} T_{21V} &= 1 + \Gamma_{12V} \\ T_{12V} &= 1 - \Gamma_{12V} \\ T_{21H} &= 1 + \Gamma_{12H} \\ T_{12H} &= 1 - \Gamma_{12H} \end{aligned} \quad (2.88)$$

Per tener conto del fatto che la lastra intermedia ha spessore limitato, si può stabilire un'equivalenza con il problema di linee di trasmissione mostrato in Fig. 2.28.

Per la polarizzazione verticale si ha:

$$Z_{Co} = Z_{CoV} = Z'_{oV}$$

$$Z_{C2} = Z_{C2V} = Z'_{2V}$$

Per la polarizzazione orizzontale si ha:

$$Z_{Co} = Z_{CoH} = Z'_{oH}$$

$$Z_{C2} = Z_{C2H} = Z'_{2H}$$

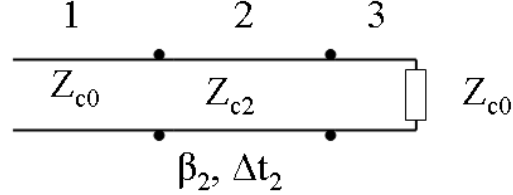


Figura 2.28

La costante di propagazione nella direzione dell'asse z sarà data da:

$$k_2 = \beta_2 - j\alpha_2 = \omega\sqrt{\mu_o\epsilon_o}\sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2\theta_1} \quad (2.89)$$

Nella generica polarizzazione p ($p = V, H$) il coefficiente di riflessione totale sarà dato da:

$$\Gamma_{TOTp} = \Gamma_{12p} + T_{21p}\Gamma_{21p}T_{12p}\exp(-j2k_2\Delta t) + T_{21p}\Gamma_{21p}^3T_{12p}\exp(-j4k_2\Delta t) + \dots \quad (2.90)$$

$$= \Gamma_{12p} + T_{21p}\Gamma_{21p}T_{12p}\exp(-j2k_2\Delta t)\left[\sum_{n=0}^{\infty}\Gamma_{21p}^{2n}\exp(-j2nk_2\Delta t)\right] \quad (2.91)$$

I termini della sommatoria in 2.91 sono quantità complesse di modulo minore di 1. Si ha quindi una serie, per la quale vale la:

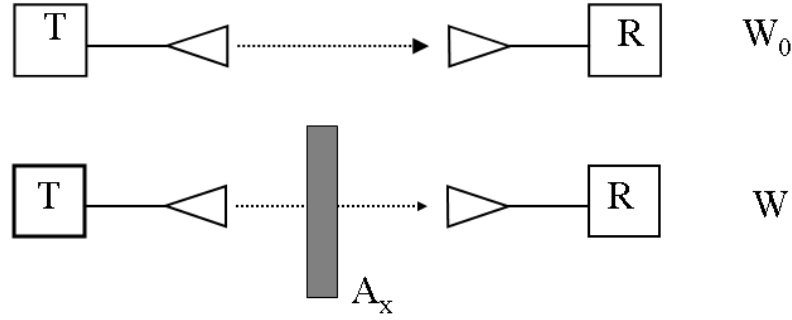
$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = (1 - r)^{-1} \quad (2.92)$$

Si ottiene quindi:

$$\Gamma_{TOTp} = \Gamma_{12p} + \frac{T_{21p}\Gamma_{21p}T_{12p}\exp(-j2k_2\Delta t)}{1 - \Gamma_{21p}^2\exp(-j2k_2\Delta t)} \quad (2.93)$$

Il coefficiente di trasmissione totale sarà dato da:

$$T_{TOTp} = T_{21p}T_{12p}\exp(-jk_2\Delta t) + T_{21p}\Gamma_{21p}^2T_{12p}\exp(-j3k_2\Delta t) + \dots \quad (2.94)$$



$$[A_x]_{\text{dB}} = [W_0]_{\text{dB}} - [W]_{\text{dB}}$$

Figura 2.29

Procedendo analogamente al caso della riflessione, si ottiene:

$$T_{TOTp} = \frac{T_{21p}T_{12p} \exp(-jk_2\Delta t)}{1 - \Gamma_{21p}^2 \exp(-j2k_2\Delta t)} \quad (2.95)$$

Naturalmente, sarà $\Gamma_{21p} = -\Gamma_{12p}$.

Le frazioni di potenza riflessa e trasmessa saranno date, rispettivamente, da $|\Gamma_{TOTp}|^2$ e $|T_{TOTp}|^2$.

Nei casi reali il modello precedentemente descritto, basato sull'ipotesi di lastra uniforme, va modificato per tener conto delle disomogeneità (es. strutture a mattoni con pieni e vuoti) e della eventuale presenza di elementi metallici, di cui possono variare molto le dimensioni e le spaziatore. Per approfondire la conoscenza del problema, stanno avendo luogo numerose attività sperimentali, nelle quali l'attenuazione introdotta dalle pareti è stimata per confronto tra i coefficienti di trasmissione che si misurano tra coppie di antenne in assenza di pareti frapposte e quelle che si misurano in presenza di esse (Fig. 2.29).

Alle frequenze di 800-900 MHz, valori tipici di attenuazione sono i seguenti:

- 4-8 dB per pareti non metalliche;
- fino a ~ 25 dB per pareti con elementi metallici.

Capitolo 3

Effetti dell'atmosfera chiara

3.1 Proprietà dell'indice di rifrazione

Quando non sono presenti idrometeore, la troposfera si presenta come una miscela di diversi gas. Si può individuare una componente umida, costituita dal vapor d'acqua e una componente secca, costituita da altri elementi. La concentrazione del vapor d'acqua è fortemente variabile con le condizioni climatiche. Va da un minimo di ~ 0.001 % a un massimo di ~ 5 %. La suddivisione interna della componente secca, invece, è circa costante: il 78.1 % è costituito da azoto, il 20.9 % da ossigeno, l'1 % da altri gas. La presenza dei gas rende la costante dielettrica maggiore, sebbene di poco, di quella del vuoto. Nella propagazione in aria chiara si utilizza l'indice di rifrazione n , che è legato alla costante dielettrica dalla:

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (3.1)$$

Tipicamente, al livello del mare, n assume valori nell'intervallo 1.0003-1.0004. Per ragioni di maneggevolezza numerica, è più usata la rifrattività N , definita come:

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \quad (3.2)$$

Sono ormai disponibili risultati di numerosi radiosondaggi, effettuati in varie zone climatiche e per lunghi tempi di osservazione. Tali risultati contengono dati di rifrattività e i simultanei valori di significative variabili atmosferiche. Da un'analisi statistica di tali dati, risulta che la dipendenza della rifrattività dalle variabili atmosferiche è esprimibile con la seguente formula empirica:

$$N = 77.6 \cdot \frac{p_t}{T} + 3.73 \cdot 10^5 \cdot \frac{p_w}{T^2} \quad (3.3)$$

p_t è la pressione totale, in mbar, p_w è la pressione parziale del vapor d'acqua, in mbar, e T è la temperatura, in K. La concentrazione di vapor d'acqua è spesso indicata usando le variabili concentrazione ρ_w , in g/m³, e umidità H , in %. Esistono le seguenti relazioni:

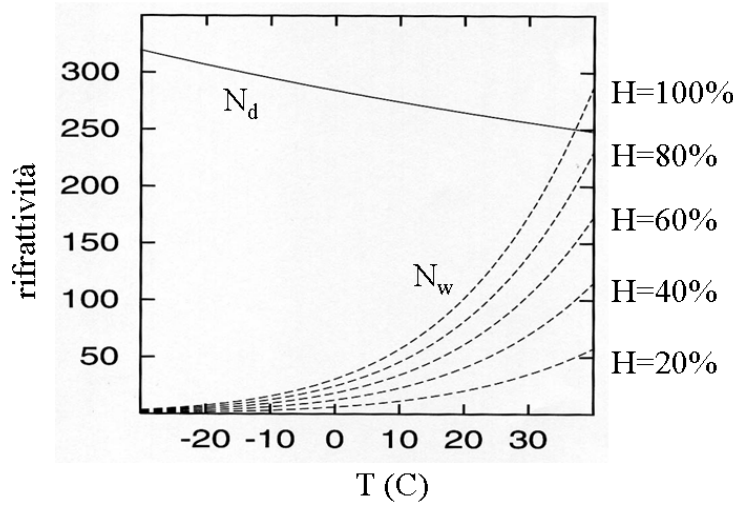
$$p_w = \rho_w T / 216.7 \quad (3.4)$$

$$p_w = p_{ws} H / 100 \quad (3.5)$$

p_{ws} è la pressione di vapore saturo, in mbar, legata alla temperatura dalla:

$$p_{ws} = 6.11 \exp[19.7(T - 273)/T].$$

Il primo termine della 3.3 prende il nome di termine secco (N_d), il secondo di termine umido (N_w). Per una data temperatura, il termine umido ha un valore massimo, che corrisponde alla pressione



$$N_d = 77.6 p_t / T$$

$$N_w = 3.73 \cdot 10^5 p_w / T^2$$

$$N = N_d + N_w$$

Figura 3.1

di vapore saturo. La Figura 3.1 mostra gli andamenti dei due termini in un intervallo realistico di temperatura. Si nota che il termine secco è molto più stabile di quello umido. Alle basse temperature domina nettamente il termine secco, mentre alle alte temperature il termine umido può diventare dello stesso ordine di grandezza. Ne consegue che nei climi freddi e secchi la rifrattività assume valori bassi e stabili, mentre nei climi caldi e umidi assume valori elevati e con forti instabilità.

Dal punto di vista della propagazione, quel che dà luogo a sensibili effetti sono le variazioni spaziali dell'indice di rifrazione. In senso orizzontale tali variazioni consistono in irregolarità variabili nel tempo. In funzione della quota h , invece, esiste sempre un andamento mediamente decrescente, dovuto all'abbassamento con la quota di p_t e p_w , cui si sovrappongono irregolarità locali. Un andamento tipico è quello mostrato in Figura 3.2.

L'andamento medio è approssimabile con un'espressione esponenziale decrescente:

$$N(h) = N_s \exp\left(-\frac{h}{h_o}\right) \quad (3.6)$$

N_s è il valore al suolo e h_o è la quota per cui la rifrattività si riduce a $N_s \exp(-1)$. Il parametro più usato è il gradiente medio nel primo chilometro ΔN , ottenibile dalla:

$$\Delta N = N(1) - N_s = N_s \left[\exp\left(-\frac{1}{h_o}\right) - 1 \right] \quad (3.7)$$

con h_o in km. Si usa spesso la rifrattività a livello del mare, data da:

$$N_o = \frac{N_s}{\exp(-h_l/h_o)} \quad (3.8)$$

dove h_l è l'altezza sul livello del mare del sito in cui è stata misurata la N_s .



Figura 3.2

A livello mondiale si hanno i seguenti valori medi:

$N_o = 315$ unità N ;

$\Delta N = -40$ unità N .

A questo valore di ΔN corrisponde la cosiddetta atmosfera standard. L'atmosfera è definita super-standard per $|\Delta N| > 40$, mentre è definita substandard per $|\Delta N| < 40$. Valori tipici medi di N_o e $|\Delta N|$ per il mese di agosto sono mostrati nelle Figure 3.3 e 3.4, rispettivamente [3].

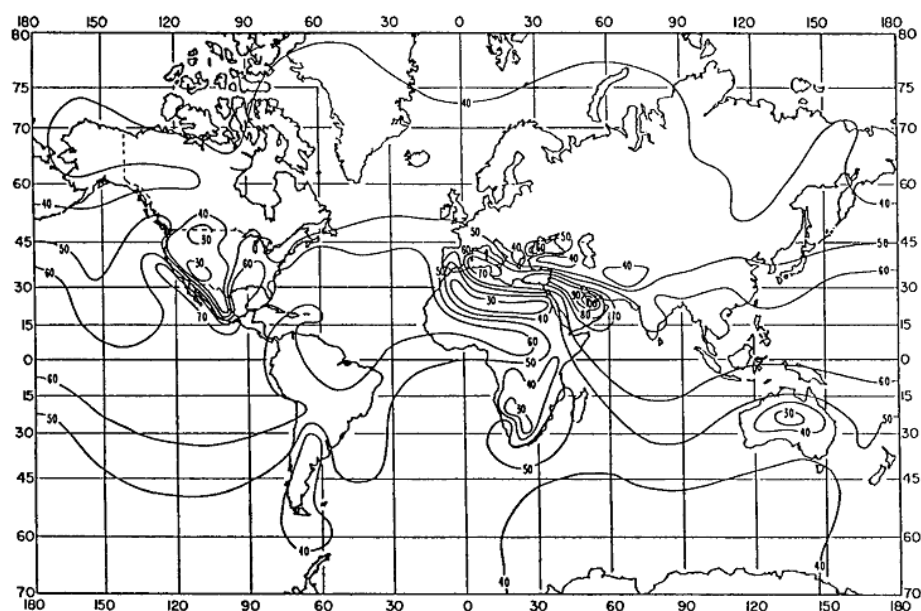
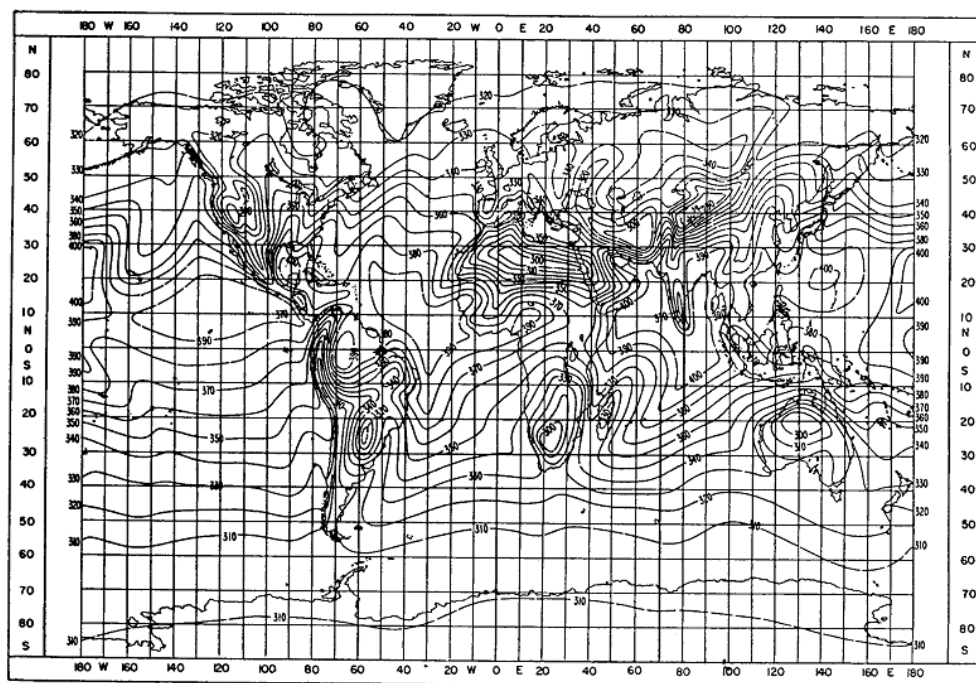
L'espressione del gradiente della rifrattività in funzione della quota può essere ottenuto derivando la 3.3. Si ha:

$$\frac{dN}{dh} = a_p \frac{dp_t}{dh} - a_T \frac{dT}{dh} + a_w \frac{dp_w}{dh} \quad (3.9)$$

a_p , a_T e a_w sono costanti positive. In generale, salvo condizioni particolari di cui si tratterà in seguito, si ha: $dp_t/dh < 0$, $dT/dh < 0$, $dp_w/dh < 0$. L'effetto complessivo, in condizioni medie è tale per cui: $dN/dh < 0$ (ovvero $dn/dh < 0$).

Gli effetti propagativi dipendono dall'angolo di elevazione θ rispetto all'orizzontale. Possiamo identificare tre casi.

1. $\theta < \sim 5^\circ$ (sistemi terrestri con frequenze dalla banda VHF in su):
in situazioni normali si ha un incurvamento medio del raggio elettromagnetico, mentre in situazioni anomale si ha il condotto o effetti equivalenti a una riflessione.
2. $\sim 5^\circ < \theta < \sim 20^\circ$ (radar e telecomunicazioni via satellite con bassi angoli):
si ha una variazione dell'angolo di puntamento dovuta al ray bending (Figura 3.5)
3. $\theta > \sim 20^\circ$ (telecomunicazioni via satellite con alti angoli):
si hanno effetti deboli.



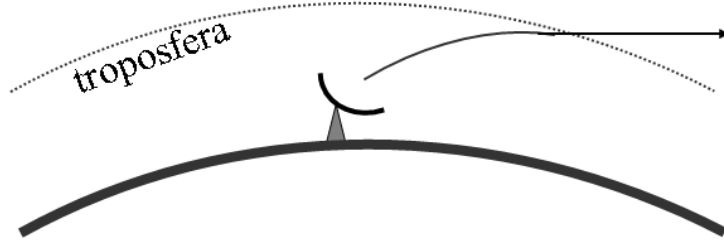


Figura 3.5

Per studiare il problema si usa l'approssimazione ottica, per cui la propagazione ha luogo lungo un raggio, e la teoria dei mezzi stratificati. Si richiamano ora concetti di Campi Elettromagnetici.

1. Mezzo stratificato piano.

Con riferimento alla Figura 3.6 si ha:

$$(n \cdot \mathbf{s}_o) \cdot \mathbf{t}_o = \cos t. \quad (3.10)$$

Inoltre, per la legge di Snell, si ha:

$$n_1 \sin \psi_1 = n_2 \sin \psi_2 = n_2 \sin \alpha_2 \quad (3.11)$$

2. Mezzo stratificato radialmente. Con riferimento alla Figura 3.7 si ha:

$$n_1 \sin \psi_1 = n_2 \sin \alpha_2 \quad (3.12)$$

ma con $\psi_2 \neq \alpha_2$.

Dal teorema dei seni applicato al triangolo OAB si ha:

$$\frac{r_1}{\sin \psi_2} = \frac{r_2}{\sin(\pi - \alpha_2)} = \frac{r_2}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2 r_2}{n_1 \sin \psi_1} \quad (3.13)$$

$$n_1 r_1 \sin \psi_1 = n_2 r_2 \sin \psi_2 \quad (3.14)$$

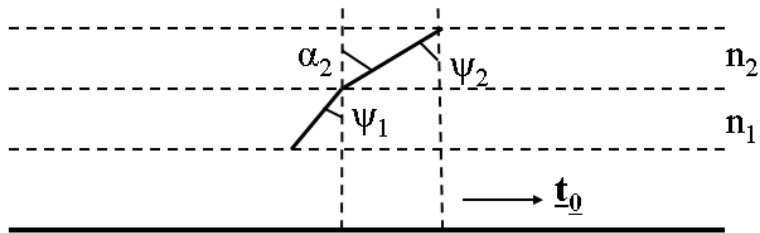


Figura 3.6

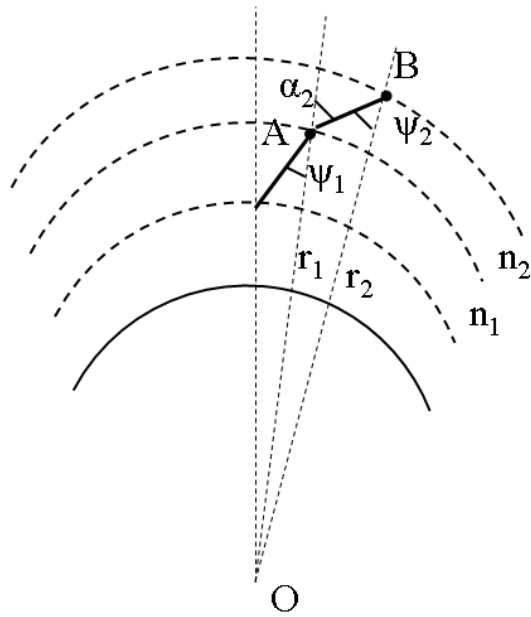


Figura 3.7

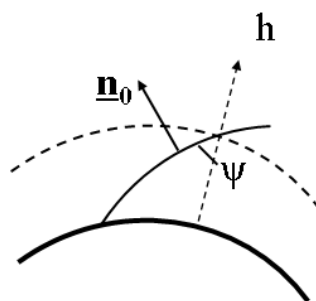


Figura 3.8

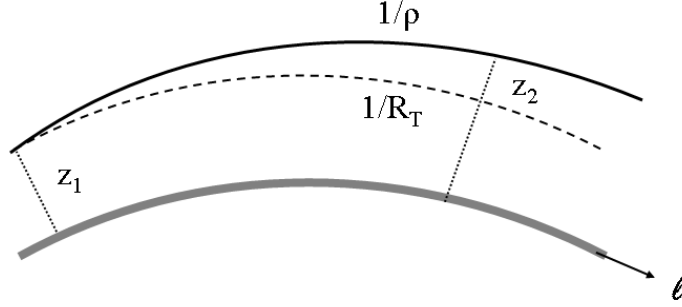


Figura 3.9

Infine si richiama che, assumendo un andamento $n(h)$ continuo decrescente, la curvatura $1/\rho$ del raggio elettromagnetico è data da (Figura 3.8):

$$\frac{1}{\rho} = \mathbf{n}_o \cdot \frac{\nabla n}{n} = \frac{|\nabla n|}{n} \sin \psi \simeq -\frac{dn}{dh} \sin \psi \quad (3.15)$$

Si è tenuto conto che $n \simeq 1$.

3.2 Effetti sui collegamenti terrestri

Per $\theta < \sim 5^\circ$ si ha: $\psi = \pi/2 - \theta \simeq \pi/2$.

In atmosfera standard si ha:

$$\frac{1}{\rho} \simeq -\frac{dn}{dh} = 40 \cdot 10^{-6} km^{-1} \quad (3.16)$$

Il raggio terrestre è $R_T \simeq 6375$ km, per cui: $1/R_T \simeq 157 \cdot 10^{-6} km^{-1}$. Ne consegue che:

$1/\rho < 1/R_T$, ovvero

$\rho > R_T$.

Con riferimento alla Figura 3.9, si consideri un'ascissa curvilinea l sulla superficie terrestre. Un raggio che, per $l=0$, si propaga ad una quota z_1 con tangente orizzontale, subisce un incurvamento verso il basso che, tuttavia, è minore di quello della superficie terrestre. L'incurvamento è:

- verso il basso in termini assoluti;
- verso l'alto rispetto alla superficie terrestre.

Ad una distanza l la quota del raggio sarà $z_2(l) > z_1(0)$. Quella che ci interessa è la funzione $z(l)$, che dipende dalla differenza $1/\rho - 1/R_T$. Ai fini del tracciamento della $z(l)$, può essere comodo

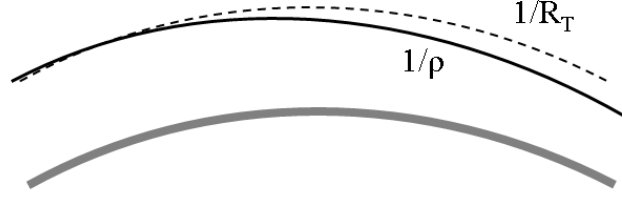


Figura 3.10

effettuare trasformazioni che lascino invariata la differenza $1/\rho - 1/R_T$. Si usano due approcci, ambedue finalizzati a semplificare la trattazione del problema.

1. Il primo approccio è usato in situazioni normali e stabili, in cui vale uniformemente la $1/\rho < 1/R_T$. Si applica la trasformazione:

$$\begin{aligned} 1/\rho' &= 0 \\ 1/R_T' &= 1/R_T - 1/\rho \end{aligned} \quad (3.17)$$

In pratica, si rende rettilineo il percorso del raggio elettromagnetico e si riduce, localmente, la curvatura terrestre. Si definisce raggio equivalente:

$$R_e = R_T' = \frac{1}{1/R_T - 1/\rho} \quad (3.18)$$

In atmosfera standard si ha: $R_e \simeq 4/3 \cdot R_T$.

2. Il secondo approccio è più utile in presenza di andamenti $n(h)$ localmente non monotoni e zone anomale in cui $1/\rho > 1/R_T$ (Figura 3.10).

In questi casi, il raggio si incurva verso il basso anche rispetto alla superficie terrestre. Si applica allora la trasformazione:

$$\begin{aligned} 1/R_T' &= 0 \\ 1/\rho' &= 1/\rho - 1/R_T \end{aligned} \quad (3.19)$$

La trasformazione rende piana la superficie terrestre di riferimento, riportandosi alla situazione di mezzo stratificato piano. Questa trasformazione corrisponde a definire un indice di rifrazione

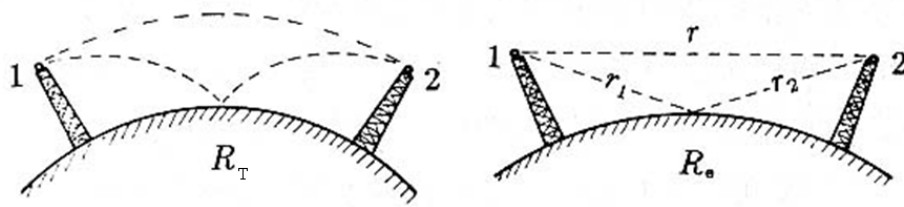


Figura 3.11

modificato:

$$n'(h) = n(h) + \frac{h}{R_T} \quad (3.20)$$

in cui:

$$\frac{1}{\rho'} = -\frac{dn'}{dh} \quad (3.21)$$

3.2.1 Effetto di incurvamento medio

Si studia il problema usando il primo tra i due approcci illustrati precedentemente. Date due antenne in visibilità su una tratta caratterizzata da un profilo, si modifica il profilo stesso adattandolo ad una superficie terrestre equivalente di raggio R_e . La trasformazione così effettuata è tale da rendere rettilinei i percorsi dei raggi elettromagnetici. Vanno rivisti i problemi della riflessione, della visibilità elettromagnetica e della presenza di ostacoli.

1. Riflessioni del terreno.

Le Figure 3.11a e 3.11b mostrano la geometria del problema prima e dopo la trasformazione rappresentata dalle 3.17. In base alla trattazione richiamata nel paragrafo 2.3, Il campo in prossimità dell'antenna ricevente avrà la seguente espressione:

$$E = E_o \{1 - \exp[-j\beta(r_1 + r_2 - r)]\} \quad (3.22)$$

Poichè la differenza di percorso $r_1 + r_2 - r$ è funzione di R_e , che a sua volta è funzione di dn/dh , al variare delle condizioni atmosferiche si avranno variazioni del campo ricevuto, dovute alle diverse relazioni di fase tra le componenti diretta e riflessa.



Figura 3.12

2. Visibilità elettromagnetica.

Le Figure 3.12a e 3.12b mostrano la geometria del problema prima e dopo la trasformazione rappresentata dalle 3.17. Nel paragrafo 2.4 si era visto che, per effetto della diffrazione da parte della superficie terrestre, è possibile ottenere una visibilità elettromagnetica maggiore di quella geometrica. In realtà, l'incurvamento verso il basso del raggio elettromagnetico costituisce un ulteriore contributo all'aumento della visibilità elettromagnetica, come risulta da Fig. 3.12a o, dopo la trasformazione, da Fig. 3.12b. La formula 2.21 si modifica come segue:

$$d_m = d_1 + d_2 = \sqrt{2R_e}(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) \quad (3.23)$$

Analogamente, per il campo ricevuto nella zona di ombra, le espressioni dei parametri normalizzati L ed H (dati dalle 2.22 si modificano come segue:

$$\begin{aligned} L &= 2 \left(\frac{R_e^2}{4k_o} \right)^{1/3} \\ H &= \left(\frac{R_e}{2k_o^2} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Le formule precedenti evidenziano come d_m , L ed H aumentino all'aumentare di R_e .

3. Presenza di ostacoli.

Le Figure 3.13a e 3.13b mostrano la geometria del problema prima e dopo la trasformazione rappresentata dalle 3.17. Per effetto dell'incurvamento del raggio elettromagnetico, il parametro



Figura 3.13

v_1 della 2.53 è minore (maggiore in valore assoluto) di quello che si sarebbe avuto nel vuoto. Ciò è mostrato in Fig. 3.13a o, dopo la trasformazione, in Fig. 3.13b. Introducendo il raggio equivalente si distorce il profilo del collegamento producendo un abbassamento dell'ostacolo. Con riferimento alla Fig. 2.18 l'incurvamento del raggio produce uno spostamento verso la parte sinistra del diagramma, cioè verso condizioni generalmente più vantaggiose.

Nella pratica, poichè si vuole che il collegamento rimanga operativo anche in situazioni atmosferiche diverse da quella standard, si scelgono le posizioni delle antenne in modo da garantire un margine di sicurezza.

3.2.2 Effetto condotto

Si verifica quando, localmente, $dn/dh < -157 \cdot 10^{-6} km^{-1}$, per cui $1/\rho > 1/R_T$. Per comprendere le situazioni in cui può aver luogo, si faccia riferimento alla 3.9.

1. Evaporazione dalla superficie marina. La concentrazione di vapor d'acqua è molto alta alle basse quote, per cui dp_w/dh è fortemente negativo fino ad una quota di $\simeq 15$ m.
2. Avvezione, cioè spostamento di masse d'aria. Aria calda continentale viene a portarsi aldisopra di aria fredda marina, per cui $dT/dh > 0$.
3. Radiation cooling, tipico delle zone desertiche. Il ciclo termico della superficie è in anticipo rispetto a quello dell'atmosfera sovrastante, come mostrato in Figura 3.14

Nei tre casi (a, b, c) si può avere localmente, al suolo o in quota, $dT/dh > 0$, e quindi $dn/dh < -157 \cdot 10^{-6} km^{-1}$ in un intervallo Δh .

I casi precedentemente illustrati si manifestano in condizioni eccezionali, che vengono trattate con il secondo approccio, cioè applicando la trasformazione 3.19 -3.21. Profili tipici dell'indice di

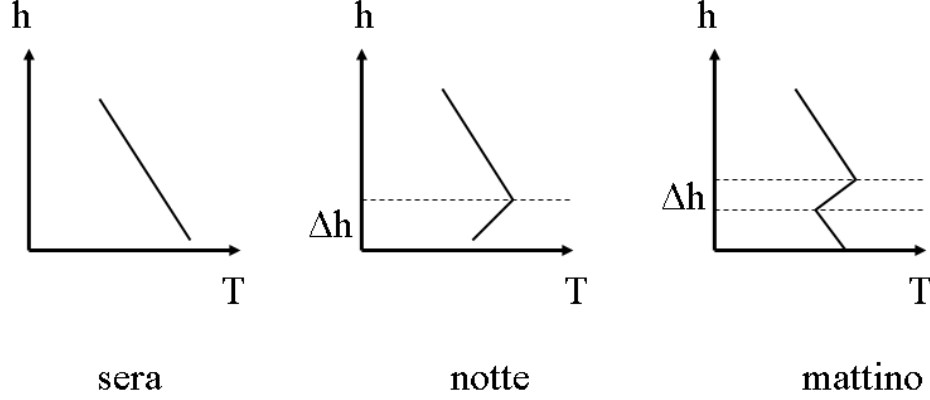


Figura 3.14

rifrazione sono indicati in Fig. 3.15 (si considerano solo le pendenze, il valore per $h = 0$ non è rilevante). I profili corrispondenti dell'indice di rifrazione modificato sono indicati in Fig. 3.16, dove il profilo 3' è relativo al caso in cui $dn/dh = -157 \cdot 10^{-6} km^{-1}$. Profili anomali del tipo 4, 5, 6 producono un possibile intrappolamento del raggio elettromagnetico, dando luogo al fenomeno denominato condotto. Si consideri, ad esempio, la situazione tipo 6 di Fig. 3.16. Nella zona bassa il profilo dell'indice di rifrazione modificato può essere schematizzata con un andamento del tipo (vedi Fig. 3.17):

$$n'(h) = n'_o + n'_1 h \left(1 - \frac{h}{h_o} \right) \quad (3.25)$$

Tra $h_o/2$ e h_o si avrà $dn'/dh < 0$, per cui il percorso elettromagnetico si incurverà verso il basso rispetto alla superficie terrestre, resa piana dalla trasformazione. Perché l'energia elettromagnetica resti intrappolata nel condotto è necessario che la quota h_t per cui il percorso ha tangente orizzontale sia minore di h_o . Poiché n' è decrescente tra $h_o/2$ e h_o dovrà essere:

$n'(h_t) \geq n'(h_o)$. D'altronde è

$$n'(h_t) \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) = n' \left(\frac{h_o}{2} \right) \sin \psi_i \quad (3.26)$$

Dovrà allora essere:

$$n' \left(\frac{h_o}{2} \right) \sin \psi_i \geq n'(h_o) \quad (3.27)$$

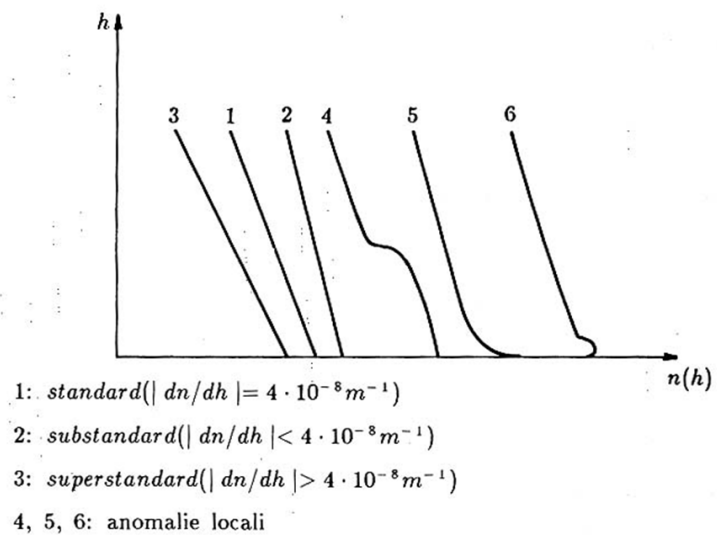


Figura 3.15

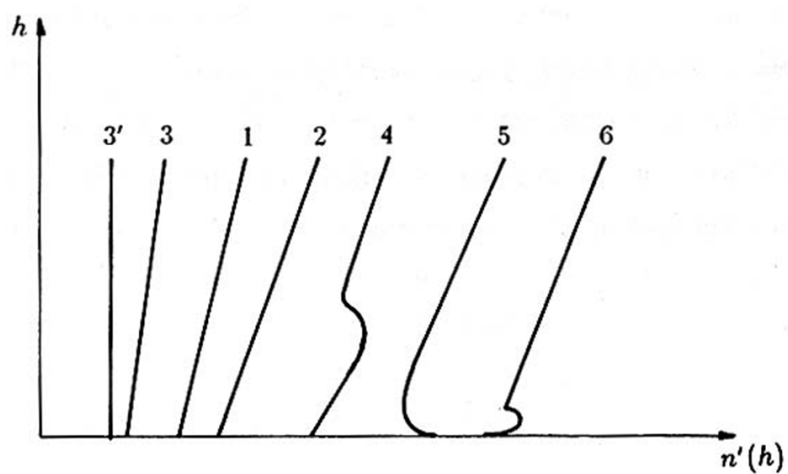


Figura 3.16

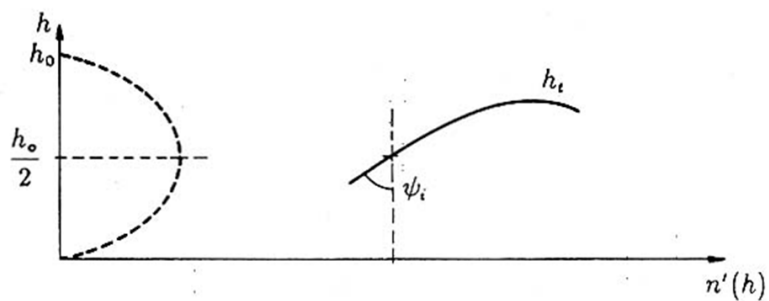


Figura 3.17

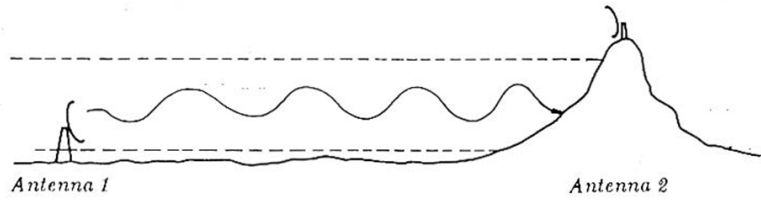


Figura 3.18

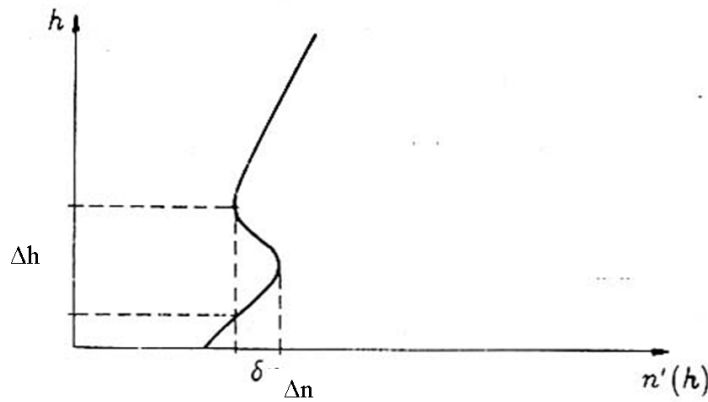


Figura 3.19

Sostituendo la 3.25 nella 3.27 dovrà essere:

$$\psi_i \geq \arcsin \frac{n'_o}{n'_o + n'_1 h_o / 4} \quad (3.28)$$

Se si verifica la 3.28, pertanto, la potenza elettromagnetica sarà rifratta verso il basso con un effetto analogo a quello della riflessione totale (Fig. 3.18). Il condotto avrà un effetto guidante: la parete superiore della guida dielettrica sarà la quota $h = h_o$ mentre la parete inferiore sarà la superficie terrestre (condotti al suolo) ovvero la quota inferiore del condotto stesso (condotti in quota).

Il fenomeno del condotto, essendo legato alla presenza di un eccesso di vapor d'acqua, è molto più frequente sulle superfici marine che su quelle terrestri; tra queste ultime, le più favorevoli sono le zone umide e quelle costiere. Lo spessore del condotto varia da pochi metri a 400-500 metri.

Il fenomeno del condotto ha caratteristiche di propagazione guidata e, come tale, limiti minimi di frequenza al di sotto dei quali è sotto cut-off. Se (Fig. 3.19) Δh è lo spessore del condotto e Δn la

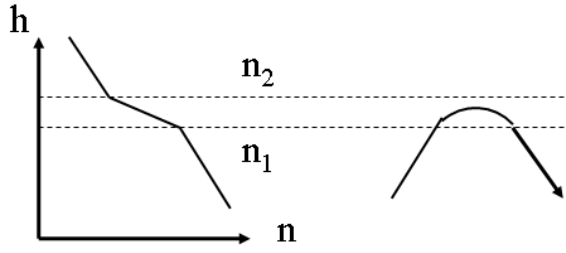


Figura 3.20

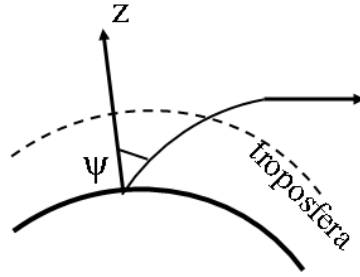


Figura 3.20

variazione di indice di rifrazione all'interno di esso, perchè si abbia effettivamente un effetto guidante la lunghezza d'onda deve soddisfare la condizione:

$$\lambda < 2.5 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\Delta N}{\Delta h} - 0.157 \right)^{1/2} \Delta h^{3/2} \quad (3.29)$$

dove $\Delta N = \Delta n \cdot 10^6$ e λ è in m. Normalmente, non si hanno condotti per $\lambda > 30$ cm, cioè per $f < 1$ GHz. A frequenze più basse, l'effetto di eventuali intensi gradienti di n viene ad essere simile a quello di una discontinuità (Fig. 3.20) con conseguente riflessione. L'onda non viene intrappolata nello strato di spessore Δh , ma è riflessa verso il basso.

3.3 Effetti sui collegamenti obliqui

Si abbia un collegamento obliquo (Fig. 3.21). Ad una generica quota z , sia ψ l'angolo che il raggio forma con la normale locale. Essendo il mezzo stratificato radialmente, si avrà:

$$(R_T + z)n(z) \sin[\psi(z)] = \text{cost.} \quad (3.30)$$

$$(R_T + z) \left[\sin \psi \frac{dn}{dz} + n \cos \psi \frac{d\psi}{dz} \right] + n \sin \psi = 0 \quad (3.31)$$

$$\sin \psi \frac{dn}{dz} + n \cos \psi \frac{d\psi}{dz} = - \frac{n}{R_T + z} \sin \psi \quad (3.32)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = -\frac{\tan \psi}{n} \frac{dn}{dz} - \frac{1}{R_T + z} \tan \psi \quad (3.33)$$

Risolvendo numericamente questa equazione differenziale, supponendo di conoscere il valore di ψ per $z=0$, si determina la variazione con la quota della direzione del raggio, nella zona compresa tra $z=0$ e il limite superiore della troposfera. Per quote superiori a tale limite, il raggio sarà rettilineo.

3.4 Effetti rifrattivi in aria chiara a piccola scala

3.4.1 Aspetti teorici

Rimescolamenti rapidi e di piccola scala tra masse d'aria di diverse proprietà (in particolare, temperatura e umidità) provocano situazioni in cui le variazioni spaziali dell'indice di rifrazione sono descrivibili con una variabile aleatoria. Si pone, cioè:

$$n(\mathbf{r}) = \langle n(\mathbf{r}) \rangle + n_1(\mathbf{r}) \quad (3.34)$$

con $n_1(\mathbf{r}) \ll \langle n(\mathbf{r}) \rangle$. Anche l'ampiezza del campo $E(\mathbf{r})$ sarà una variabile aleatoria. Una soluzione efficace del problema è data dal cosiddetto Metodo della Perturbazione, dovuto a Rytov. L'equazione di Helmholtz per il campo elettrico sarà data da:

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) + k_0^2 n^2(\mathbf{r}) E(\mathbf{r}) = 0 \quad (3.35)$$

D'altronde, per quanto visto in 3.1, è:

$$n(\mathbf{r}) \simeq 1 + n_1(\mathbf{r}) \quad (3.36)$$

Quindi:

$$n^2(\mathbf{r}) \simeq 1 + 2n_1(\mathbf{r}) \quad (3.37)$$

Si esprime l'ampiezza del campo $E(\mathbf{r})$ nella seguente forma:

$$E(\mathbf{r}) = \exp[\psi(\mathbf{r})] \quad (3.38)$$

con:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \psi_1(\mathbf{r}) \quad (3.39)$$

In assenza di fluttuazioni, si ha:

$$\begin{aligned} n_1(\mathbf{r}) &= 0 \\ E_0(\mathbf{r}) &= \exp[\psi_0(\mathbf{r})] \end{aligned} \quad (3.40)$$

Il problema consiste nel cercare il legame tra fluttuazione dell'indice di rifrazione $n_1(\mathbf{r})$ e conseguente fluttuazione del campo, espressa da $\psi_1(\mathbf{r})$. A tal scopo, utilizziamo la 3.35 tenendo conto che, per uno scalare, si ha:

$$\nabla^2 E(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \nabla E(\mathbf{r}) \quad (3.41)$$

D'ora in avanti omettiamo, per brevità, l'esplicitazione della dipendenza da $\mathbf{r}$. Combinando la 3.41 con la 3.38 si ha:

$$\nabla^2 \exp \psi = \nabla \cdot \nabla \exp \psi = \nabla \cdot (\exp \psi \nabla \psi) = \exp \psi (\nabla \psi \cdot \nabla \psi + \nabla^2 \psi) \quad (3.42)$$

La 3.35, tenendo conto delle 3.38-3.42 può essere scritta come:

$$\nabla^2\psi + \nabla\psi \cdot \nabla\psi + k_o^2 n^2 = 0 \quad (3.43)$$

Tenendo conto delle 3.37 e 3.39, e trascurando i termini di ordine superiore, si ha:

$$\nabla^2\psi_o + \nabla\psi_o \cdot \nabla\psi_o + \nabla^2\psi_1 + 2\nabla\psi_o \cdot \nabla\psi_1 + k_o^2 + 2k_o^2 n_1 + \dots = 0 \quad (3.44)$$

La 3.44 dovrà essere soddisfatta in qualsiasi situazione, compresa quella di assenza di fluttuazioni. Dovrà quindi essere:

$$\nabla^2\psi_o + \nabla\psi_o \cdot \nabla\psi_o + k_o^2 = 0 \quad (3.45)$$

Dovrà allora valere anche la:

$$\nabla^2\psi_1 + 2\nabla\psi_o \cdot \nabla\psi_1 + 2k_o^2 n_1 + \dots = 0 \quad (3.46)$$

Dobbiamo trovare una soluzione per ψ_1 . A tal scopo, si usa l'artificio di sviluppare la seguente espressione:

$$\nabla^2(E_o\psi_1) = (\nabla^2 E_o)\psi_1 + 2\nabla E_o \cdot \nabla\psi_1 + E_o \nabla^2\psi_1 = -k_o^2 E_o\psi_1 + 2E_o \nabla\psi_o \cdot \nabla\psi_1 + E_o \nabla^2\psi_1 \quad (3.47)$$

Quindi:

$$\nabla^2\psi_1 + 2\nabla\psi_o \cdot \nabla\psi_1 = \frac{\nabla^2(E_o\psi_1)}{E_o} + k_o^2\psi_1 \quad (3.48)$$

A questo punto, la 3.46 può essere combinata con la 3.48, ottenendo un legame tra sorgente (n_1 , fluttuazione dell'indice di rifrazione) e effetto (ψ_1 , fluttuazione del campo). Si ha, cioè:

$$\nabla^2(E_o\psi_1) + k_o^2 E_o\psi_1 = -2k_o^2 E_o n_1 \quad (3.49)$$

La 3.49 ha una forma simile a quella dell'equazione della radiazione in presenza di sorgenti impresse. In questo caso, la funzione incognita è data dal prodotto $E_o\psi_1$, mentre il termine noto è $-2k_o^2 E_o n_1$. L'interpretazione fisica è la seguente: l'atmosfera turbolenta, alimentata dal campo E_o , si comporta come una sorgente di reirradiazione. La soluzione della 3.49 avrà una forma simile a quella che lega il potenziale vettore alle correnti impresse. Si avrà, quindi:

$$\psi_1(\mathbf{r}) = \frac{1}{E_o(\mathbf{r})} 2k_o^2 \int_{V'} n_1(\mathbf{r}') E_o(\mathbf{r}') G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' \quad (3.50)$$

$\mathbf{r}'$ è il vettore di posizione del punto di sorgente, $\mathbf{r}$ è il vettore di posizione del punto di osservazione, $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ è la funzione di Green, e V' è il volume di atmosfera all'interno del quale ha sede la turbolenza. La 3.50 è una soluzione formale del problema. Si cercano forme che rendano tale soluzione maneggevole dal punto di vista numerico. A tal scopo, diamo nuove espressioni del campo:

$$E = E_o \exp \psi_1 = (\exp \psi_o)(\exp \psi_1) = A \exp(js) \quad (3.51)$$

$$E_o = A_o \exp(js_o) \quad (3.52)$$

$$\psi_1 = \chi_1 + js_1 \quad (3.53)$$

Uguagliando moduli e fasi, si ha:

$$\chi_1 = \ln \frac{A}{A_o} \quad (3.54)$$

$$s_1 = s - s_o \quad (3.55)$$

Interessa soprattutto la χ_1 , detta fluttuazione della log-ampiezza. Tenendo conto della 3.50 e della 3.54 si ha:

$$\chi_1(\mathbf{r}) = \int_{V'} n_1(\mathbf{r}') h_r(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' \quad (3.56)$$

dove:

$$h_r(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{2k_o^2}{E_o(\mathbf{r})} \Re\{E_o(\mathbf{r}') G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\} = h_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (3.57)$$

$\chi_1(\mathbf{r})$ e $n_1(\mathbf{r}')$ sono variabili aleatorie, mentre $h_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ è una funzione peso deterministica, che ha il suo analogo nella risposta impulsiva nel dominio del tempo.

A questo punto, richiamiamo alcuni concetti statistici.

- Prodotto di convoluzione:

$$f(\mathbf{r}) = g(\mathbf{r}) \otimes h(\mathbf{r}) = \int_{V'} g(\mathbf{r}') h_r(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' \quad (3.58)$$

Si farà l'ipotesi che $h_r(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ sia spazialmente invariante, cioè che $h_r(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = h_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$.

- Funzione di covarianza.

Definendo:

$$B_g(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = \langle g(\mathbf{r}'_1) g(\mathbf{r}'_2) \rangle \quad (3.59)$$

$$B_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle f(\mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_2) \rangle \quad (3.60)$$

Si ha:

$$B_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int_{V'} \int_{V'} B_g(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) h_r(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1) h_r^*[\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_2] d^3 \mathbf{r}'_1 d^3 \mathbf{r}'_2 \quad (3.61)$$

- Spettro di potenza tridimensionale (trasformata di Fourier).

Indicando con $\underline{\kappa}$ la frequenza spaziale tridimensionale, ponendo $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, si ha:

$$\Phi_f(\underline{\kappa}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int B_f(\mathbf{r}) \exp(j\underline{\kappa} \cdot \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} \quad (3.62)$$

La trasformata inversa è

$$B_f(\mathbf{r}) = \int \Phi_f(\underline{\kappa}) \exp(-j\underline{\kappa} \cdot \mathbf{r}) d^3 \underline{\kappa} \quad (3.63)$$

Dalla 3.61 si ottiene la:

$$\Phi_f(\underline{\kappa}) = \Phi_g(\underline{\kappa}) H_r^2(\underline{\kappa}) \quad (3.64)$$

dove $H_r(\underline{\kappa})$ è la trasformata di Fourier di $h_r(\mathbf{r})$.

Applicando le definizioni precedenti al nostro problema, dalla 3.56 si ha, nel caso di invarianza spaziale:

$$\chi_1(\mathbf{r}) = \int_{V'} n_1(\mathbf{r}') h_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' \quad (3.65)$$

Si ha inoltre:

$$\begin{aligned} B_\chi(\mathbf{r}) &= \langle \chi_1(\mathbf{r}_1) \chi_1(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}) \rangle \\ B_n(\mathbf{r}) &= \langle n_1(\mathbf{r}_1) n_1(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}) \rangle \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\Phi_\chi(\underline{\kappa}) = \Phi_n(\underline{\kappa}) H_r^2(\underline{\kappa}) \quad (3.67)$$

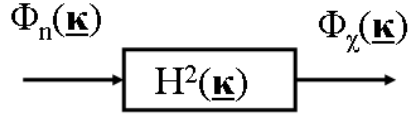


Figura 3.22

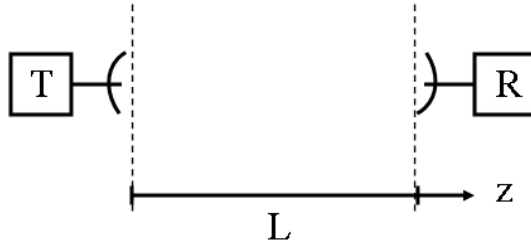


Figura 3.23

La 3.67 può essere interpretata con lo schema indicato in Fig. 3.22, molto comunemente usato nei problemi in cui le variabili sono il tempo e la frequenza temporale. Si può ottenere la:

$$B_\chi(\mathbf{r}) = \int \Phi_n(\underline{\kappa}) H_r^2(\underline{\kappa}) \exp(-j\underline{\kappa} \cdot \mathbf{r}) d^3 \underline{\kappa} \quad (3.68)$$

La trattazione precedente è valida nell'ipotesi di invarianza spaziale (mezzo uniformemente random) in tutte e tre le dimensioni. Nella realtà, nel piano trasverso sono interessate solo zone limitate, supponendo di usare antenne direttive, per cui il mezzo può considerarsi effettivamente uniforme. Però non si può dire altrettanto lungo la direzione del collegamento, che si estenderà per una lunghezza L di numerosi chilometri (Figura 3.23). Per tener conto di questo problema, si usa una trasformata bidimensionale, cioè una funzione $F_n(z, \underline{\kappa}_t)$ che è legata alla $\Phi_n(\underline{\kappa})$ dalla:

$$F_n(z, \underline{\kappa}_t) = \int \Phi_n(\underline{\kappa}_t) \exp(-j\underline{\kappa}_z z) d\underline{\kappa}_z \quad (3.69)$$

La trasformazione inversa è:

$$\Phi_n(\underline{\kappa}_t) = \frac{1}{2\pi} \int F_n(z, \underline{\kappa}_t) \exp(j\underline{\kappa}_z z) dz \quad (3.70)$$

$\underline{\kappa}_z$ e $\underline{\kappa}_t$ sono le componenti longitudinale e trasversa, rispettivamente, del vettore $\underline{\kappa}$. Quindi:

$$\underline{\kappa}_z = \underline{\kappa}_z \mathbf{Z}_0 = \underline{\kappa} - \underline{\kappa}_t \quad (3.71)$$

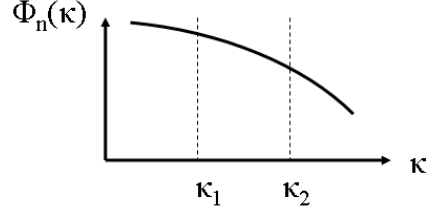


Figura 3.24

È stato dimostrato che:

$$B_\chi(\mathbf{r}_t) = 2\pi \int_0^L \int \Phi_n(\underline{\kappa}_t) H_r^2(L - z, \underline{\kappa}_t) \exp(-j\underline{\kappa}_t \cdot \mathbf{r}_t) d^2 \underline{\kappa}_t dz \quad (3.72)$$

dove $\mathbf{r}_t = x\mathbf{x}_o + y\mathbf{y}_o$.

La varianza della variabile aleatoria $\chi_1(\mathbf{r})$ è data da:

$$\sigma_\chi^2 = B_\chi(0) \quad (3.73)$$

La funzione $\Phi_n(\underline{\kappa})$ è ottenibile in base a modelli teorici della turbolenza atmosferica. Un modello noto, dovuto a Kolmogorov, prevede un andamento del tipo indicato in Fig. 3.24.

Il contributo principale alle fluttuazioni del campo elettromagnetico è dovuto alla zona centrale, compresa tra κ_1 e κ_2 . All'interno di tale zona vale la seguente espressione:

$$\Phi_n(\underline{\kappa}) = 0.033 \cdot C_n^2 \cdot \kappa^{-11/3} \quad (3.74)$$

C_n^2 è un parametro, detto costante di struttura, contenente l'informazione sull'entità delle fluttuazioni dell'indice di rifrazione. Utilizzando le 3.72, 3.73 e 3.74 è stata dimostrata la seguente espressione:

$$\sigma_\chi^2 = 0.307 \cdot C_n^2 \cdot k_o^{7/6} \cdot L^{11/6} \quad (3.75)$$

L è la lunghezza della zona atmosferica turbolenta all'interno del collegamento. Può anche estendersi lungo tutto il collegamento stesso.

3.4.2 Aspetti applicativi

Negli anni passati, gli effetti delle fluttuazioni atmosferiche erano utilizzati nei collegamenti, detti troposcatter, aldilà dell'orizzonte. Le fluttuazioni atmosferiche, in base ai processi descritti nel

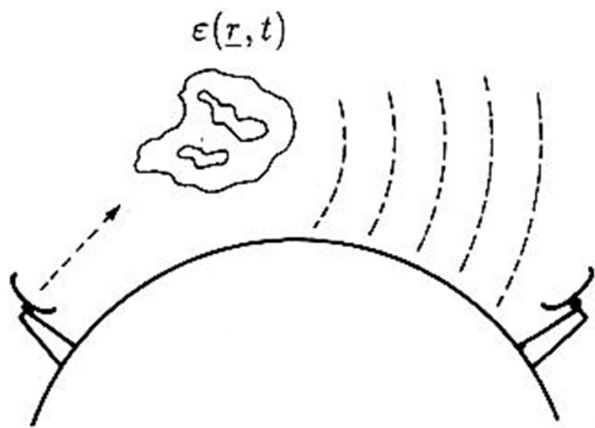


Figura 3.25

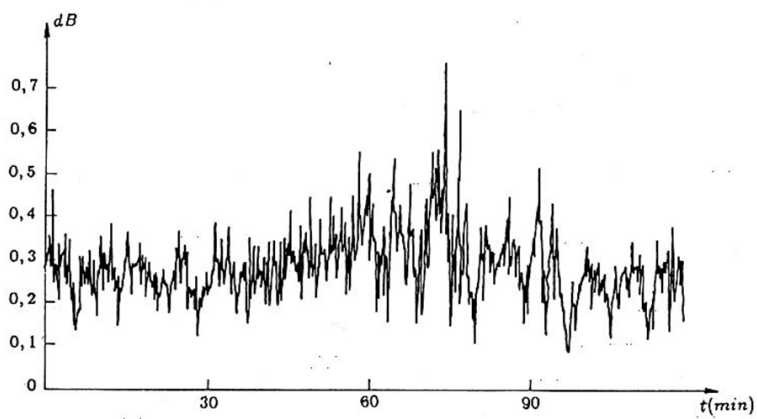


Figura 3.26

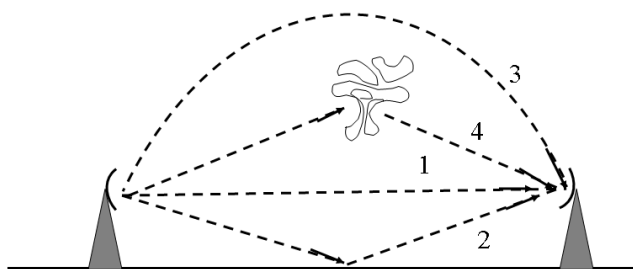


Figura 3.27

precedente paragrafo, agiscono come un ripetitore naturale, che diffonde in tutte le direzioni la potenza ricevuta. In tal modo, una parte debole di tale potenza può raggiungere un'antenna ricevente, anche in assenza di visibilità diretta (Fig. 3.25). Lo sviluppo delle telecomunicazioni via satellite ha notevolmente ridotto l'uso di questa tecnica. Per contro, le fluttuazioni dell'indice di rifrazione producono due fondamentali problemi nelle telecomunicazioni: le scintillazioni e il multipath.

- Le scintillazioni sono variazioni rapide del segnale ricevuto, particolarmente dannose nelle trasmissioni a larga banda. Alla σ_χ^2 descritta dalla 3.75 corrisponde una analoga fluttuazione temporale della tensione ricevuta dal ricevitore. In base alla 3.75, l'effetto cresce circa linearmente con la frequenza (che è proporzionale a k_o), e cresce con C_n^2 con andamento prossimo al quadratico. Un esempio di scintillazione in un collegamento via-satellite è mostrato in Fig. 3.26. Si riferisce a registrazioni effettuate presso la stazione del Fucino ad una frequenza di 11.8 GHz.
- Si intende come multipath la presenza contemporanea di due o più percorsi attraverso cui la potenza viaggia tra l'antenna trasmittente e quella ricevente. Si è già visto come tale effetto può essere prodotto dalla contemporanea presenza di: cammino diretto (1), riflessioni dal terreno (2), riflessioni dovute a forti gradienti dell'indice di rifrazione (3). Le fluttuazioni dell'indice di rifrazione possono costituire un ulteriore contributo (4). I vari processi sono mostrati in Fig. 3.27. I campi dovuti ai diversi cammini si ricombinano in prossimità dell'antenna ricevente con diverse relazioni di fase, variabili nel tempo. Ne conseguono oscillazioni della potenza ricevuta che possono essere anche molto intense. Tale effetto è denominato fading.

3.5 Assorbimento molecolare in aria chiara

3.5.1 Premessa

Gli effetti che saranno descritti nel paragrafo 3.5 e nel capitolo 4 sono studiati con un approccio discreto. Ciò sta ad indicare che il mezzo all'interno del quale si propaga l'onda è trattato come un insieme di singoli elementi, con i quali l'onda stessa interagisce (Fig. 3.28).

Come si vedrà dettagliatamente nel seguito, gli elementi possono essere:

- molecole di gas;
- idrometeore, cioè aggregati.

Viene sottratta potenza all'onda incidente per due effetti:

- assorbimento, cioè trasformazione di potenza elettromagnetica in potenza termica;
- scattering (diffusione), cioè reirradiazione della potenza elettromagnetica in direzioni diverse da quella di incidenza.

In generale, i due effetti si combinano, dando luogo ad una complessiva sottrazione di potenza all'onda incidente, detta estinzione. Nel caso delle molecole di gas, lo scattering è trascurabile, per cui l'estinzione coincide con l'assorbimento.

Si faccia riferimento alla Fig. 3.29. Si consideri uno strato elementare di spessore dz , ortogonale alla direzione di incidenza. Si ha

$$\frac{d\mathcal{P}}{\mathcal{P}} = -k_e dz \quad (3.76)$$

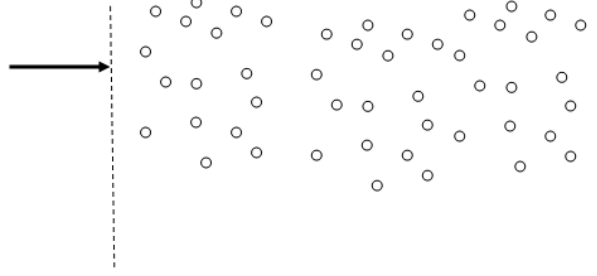


Figura 3.28

$\mathcal{P}$ è la densità di potenza per unità di superficie (in W/m^2), mentre k_e è il coefficiente di estinzione in m^{-1} . Integrando la 3.76 si ottiene:

$$\mathcal{P}(z) = \mathcal{P}(0) \exp(-k_e z) \quad (3.77)$$

Sono molto usate le espressioni in dB. Si ha allora:

$$10 \log \mathcal{P}(z) = 10 \log \mathcal{P}(0) + 10 \log \exp(-k_e z) = 10 \log \mathcal{P}(0) + 10(\log e)(-k_e z) \quad (3.78)$$

Definendo:

$$[k_e]_{\text{dB}/\text{km}} = k_e \cdot (10 \log e) 10^3 = k_e \cdot 4.34 \cdot 10^3 \quad (3.79)$$

si ha:

$$[\mathcal{P}(z)]_{\text{dB}} = [\mathcal{P}(0)]_{\text{dB}} - [k_e]_{\text{dB}/\text{km}} \cdot z \quad (3.80)$$

con z in km. Il coefficiente di estinzione k_e è dato da:

$$k_e = k_a + k_s \quad (3.81)$$

k_a e k_s sono, rispettivamente, i coefficienti di assorbimento e di scattering.

3.5.2 Effetti di assorbimento

Alle frequenze delle microonde, lo scattering dovuto a molecole di gas è trascurabile, per cui la 3.81 si riduce alla:

$$k_e = k_a \quad (3.82)$$

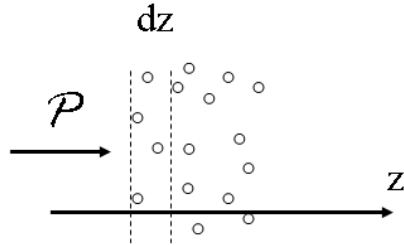


Figura 3.29

L'assorbimento, a sua volta, è dovuto a transizioni energetiche nelle molecole di gas. L'energia di una molecola ($\mathcal{E}$) è dovuta alla combinazione di tre contributi: elettronico ($\mathcal{E}_e$), vibrazionale ($\mathcal{E}_v$) e rotazionale ($\mathcal{E}_r$).

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_v + \mathcal{E}_r \quad (3.83)$$

In totale, $\mathcal{E}$ può assumere soltanto valori appartenenti ad un insieme discreto. Associando un intero k al generico valore discreto, si ha: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_k$.

La molecola può assorbire (o emettere) energia se e solo se la frequenza dell'onda che incide su di essa soddisfa la condizione:

$$f = \frac{\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_n}{h} = f_{mn} \quad (3.84)$$

m ed n sono due interi che definiscono due diversi livelli di energia possibili, mentre h è la costante di Plank.

Le frequenze (righe) per cui si ha assorbimento sono le seguenti.

- Per il vapor d'acqua: 22.3 GHz e 183.5 GHz;
- Per l'ossigeno: 60 GHz e 118.7 GHz;

A 60 GHz, come si vedrà in seguito, si ha un fenomeno composito, cioè dovuto alla sovrapposizione di numerose righe adiacenti.

Se una molecola fosse isolata, indisturbata, stazionaria, si avrebbero soltanto righe di assorbimento su frequenze isolate e l'andamento del coefficiente di assorbimento in funzione della frequenza sarebbe costituito da un insieme di funzioni impulsive (Fig. 3.30a).

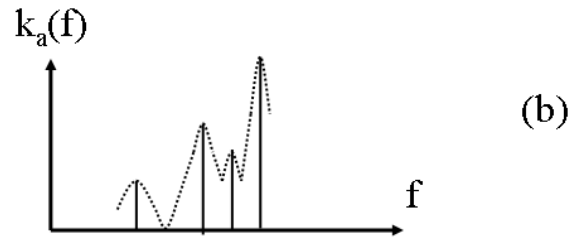
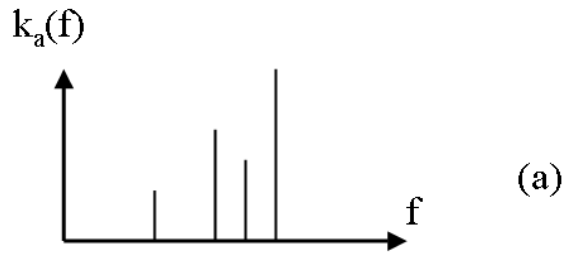


Figura 3.30

In realtà questo andamento è modificato da vari effetti:

- movimento delle molecole;
- urti tra molecole;
- urti con particelle di pulviscolo.

Ne consegue l'effetto del line broadening, mostrato in Figura 3.30b. L'andamento del coefficiente di assorbimento diviene continuo. In corrispondenze delle frequenze che soddisfano la condizione 3.84 non si hanno righe, ma soltanto massimi di assorbimento più o meno accentuati. Intorno ad ogni massimo, identificato dalla coppia di interi m ed n definita dalla 3.84, si ha un andamento del tipo:

$$k_a(f) = \frac{4\pi f}{c} \cdot S_{mn} F_{mn}(f) \quad (3.85)$$

S_{mn} è una costante, detta line strength, dipendente dalla densità molecolare e dalle proprietà della transizione $m - n$. $F_{mn}(f)$ è la line shape function, che esprime l'allargamento della riga. Per la $F_{mn}(f)$ sono state proposte varie espressioni, la più semplice delle quali è la lorenziana:

$$F_{mn}(f) = \frac{\gamma}{\pi[(f_{mn} - f)^2 + \gamma^2]} \quad (3.86)$$

γ è definito parametro di larghezza della riga. Altre espressioni, più complesse ed accurate, sono state proposte da Van Vleck - Weiskopf e da Gross.

Gli andamenti della $k_a(f)$ per il vapor d'acqua e l'ossigeno sono mostrati in Figura 3.32 [4]. Daremo nel seguito alcuni dettagli sugli effetti assorbenti dei due gas.

- Vapor d'acqua

Per il vapor d'acqua ci sono due massimi e un andamento crescente dovuto alla coda di righe molto intense alle frequenze delle onde millimetriche e dell'infrarosso. La line strenght S_{mn} è proporzionale alla concentrazione ρ_w (g/m³). Usando il modello di Van Vlech - Weisskopf e ottimizzandone i coefficienti con l'aiuto di dati sperimentali, per una temperatura media, si è ottenuto che il coefficiente di assorbimento dovuto al vapor d'acqua (k_{aw} , in dB/km) ha un andamento con la frequenza descritto dalla seguente funzione (f in GHz):

$$k_{aw} = \left(0.067 + \frac{2.4}{(f - 22.3)^2 + 6.6} + \frac{7.33}{(f - 183.5)^2 + 5} \right) \cdot f^2 \cdot \rho_w \cdot 10^{-4} \quad (3.87)$$

- Ossigeno

Per l'ossigeno, si hanno numerose righe adiacenti intorno ai 60 GHz. A livello del mare, cioè per le pressioni più alte, le righe tendono a sovrapporsi. Con l'aumentare della quota, la densità molecolare diminuisce e le singole righe diventano sempre più evidenti. Questo effetto è mostrato in Fig. 3.31.

Usando il modello di Van Vlech - Weisskopf e ottimizzandone i coefficienti con l'aiuto di dati sperimentali, per pressioni e temperature tipiche del livello del mare, si è ottenuto che il coefficiente di assorbimento dovuto all'ossigeno (k_{ao} , in dB/km) ha un andamento con la frequenza descritto dalla seguente funzione:

$$\begin{aligned} k_{ao} &= \left[\frac{6.6}{f^2 + 0.33} + \frac{9.8}{(f - 57.5)^2 + 2.2} \right] \cdot f^2 \cdot 10^{-3} & f < 57.5 \text{ GHz} \\ k_{ao} &= 14.7 & 57.5 \text{ GHz} < f < 62.5 \text{ GHz} \\ k_{ao} &= \left[\frac{4.13}{(f - 62.5)^2 + 1.1} + \frac{0.19}{(f - 118.7)^2 + 2} \right] \cdot f^2 \cdot 10^{-3} & f > 62.5 \text{ GHz} \end{aligned} \quad (3.88)$$

L'attenuazione totale (in dB), dovuta ad assorbimento atmosferico, sarà data da:

$$A(f) = [k_{aw}(f) + k_{ao}(f)] \cdot L \quad (3.89)$$

dove L è la lunghezza del collegamento.

Nel caso dei collegamenti via satellite, occorre tener conto delle variazioni di $k_{aw}(f)$ e $k_{ao}(f)$ al variare della quota. La formula esatta sarebbe pertanto:

$$A(f) = \frac{1}{\sin \theta} \int_0^H [k_{aw}(f, z) + k_{ao}(f, z)] dz \quad (3.90)$$

dove H è l'altezza della troposfera e θ è l'angolo di elevazione. Nella pratica, sono molto usate le altezze equivalenti H_w e H_o . Sono le quote fino a cui si dovrebbe estendere uno strato riempito di molecole di vapor d'acqua e di ossigeno, rispettivamente, con densità uguale a quella che si ha a

k_e (dB/km)

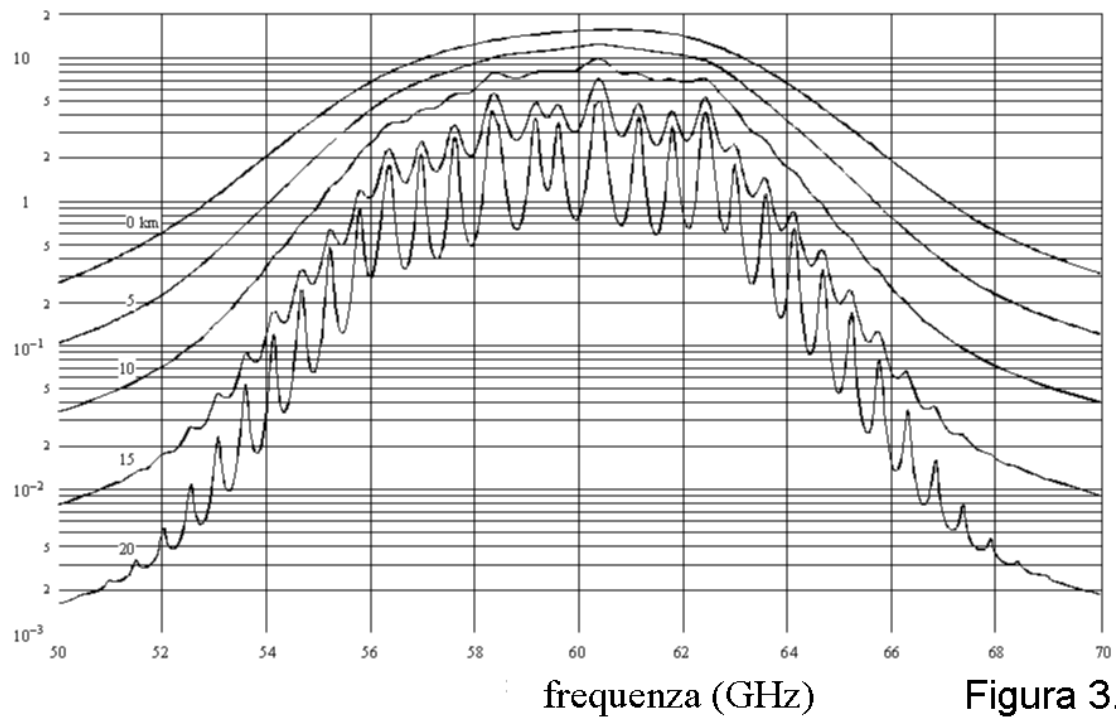
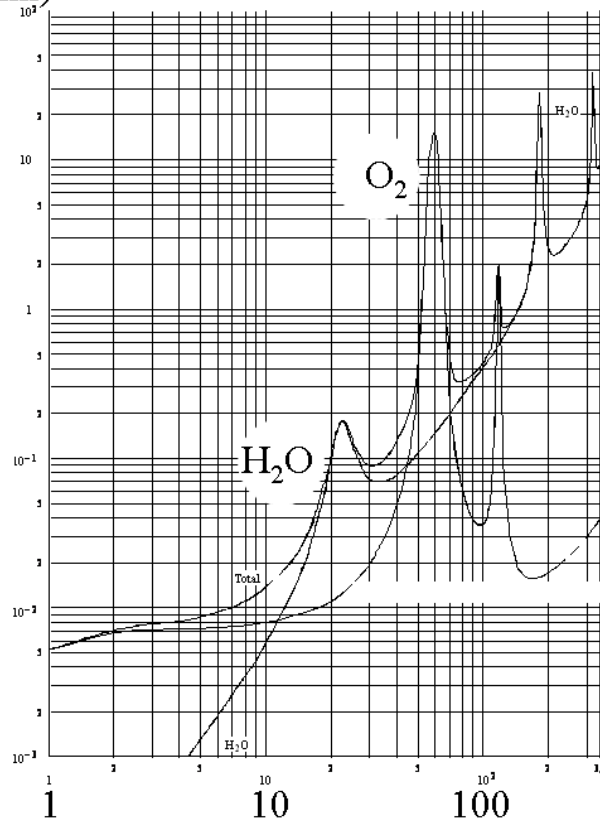


Figura 3.31

k_e (dB/km)



$T=15^\circ$

$\rho_w = 7.5 \text{ g/m}^3$

frequenza (GHz)

Figura 3.32

livello del mare, per dar luogo ad un effetto di attenuazione complessivo pari a quello calcolato dalla 3.90. Si ha poi, semplicemente:

$$A(f) = \frac{1}{\sin \theta} [k_{aw}(f, 0) \cdot H_w + k_{ao}(f, 0) \cdot H_o] \quad (3.91)$$

Si è ottenuto: $H_w = 2$ km, $H_o = 8$ km

La 3.91 è detta legge della cosecante. È applicabile se $\theta > 10^\circ$ e al di fuori della riga dei 60 GHz.

Capitolo 4

Effetti delle idrometeore

4.1 Definizioni e proprietà dei singoli elementi

Col nome di idrometeore si intendono piccoli elementi costituiti da acqua, allo stato liquido o solido, che possono più o meno frequentemente generarsi nell'atmosfera in formazioni di elevato numero. Le gocce di pioggia sono costituite da acqua liquida e hanno dimensioni comprese tra 0.1 mm e ~ 4 mm. La grandine è costituita essenzialmente da ghiaccio, eventualmente rivestito da una pellicola di liquido. La neve è costituita da aria, ghiaccio ed eventualmente acqua liquida, quest'ultima in concentrazione molto variabile. Le nubi e la nebbia sono costituite da gocce d'acqua liquida o cristalli di ghiaccio di dimensioni minori di 0.1 mm. I cristalli di ghiaccio possono essere presenti nelle nubi ad una quota superiore a quella dell'isoterma 0° . La tabella 4.1 riassume, per ciascun tipo di idrometeora, le proprietà essenziali dal punto di vista degli effetti propagativi. Questi ultimi aumentano all'aumentare della costante dielettrica e del rapporto tra dimensioni dell'idrometeora e lunghezza d'onda. Trattandosi di fenomeni saltuari e variabili nel tempo, sono importanti sia l'entità degli effetti che producono che la probabilità con cui si manifestano.

Idrometeora	Forma	Costante dielettrica	Dimensioni massime ($\sim$)	Effetti attenuanti	Effetti depolarizzanti	Probabilità di manifestarsi
Pioggia	$\sim$ sferica	alta	4 mm	forti	importanti	alta
Nube	$\sim$ sferica	alta	0.1 mm	solo per alte f	deboli	molto alta
Neve secca	irregolare	bassa	pochi cm	deboli	deboli	bassa
Neve bagnata	irregolare	alta	pochi cm	forti	deboli	bassa
Cristalli di ghiaccio	cilindrica	bassa	0.1×10 mm	deboli	forti	alta
Grandine	irregolare	intermedia	qualche cm	forti	deboli	bassa

Tabella 4.1

A frequenze fino a 30 GHz, l'effetto più importante è senz'altro quello dovuto alle gocce di pioggia, essendo le uniche idrometeore in cui la rilevanza dell'effetto si unisce, nella maggioranza dei climi, ad un'elevata probabilità di presenza. I cristalli di ghiaccio hanno una bassa costante dielettrica ma, a causa della forma, possono produrre rilevanti effetti di depolarizzazione con bassa attenuazione. Le nubi possono essere rilevanti a frequenze alte, tipicamente superiori ai 30 GHz.

In questo corso, considereremo in particolare gli effetti della pioggia e delle nubi, con brevi cenni alla neve e ai cristalli di ghiaccio. Le idrometeore sono studiate con un approccio discreto. Ai fini

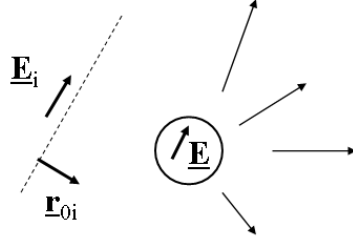


Figura 4.1

del calcolo dell'attenuazione, ci si basa su teorie sviluppate per le sfere dielettriche. Per lo studio della depolarizzazione, è necessario tener conto degli eventuali discostamenti dalla forma sferica. Procederemo secondo i seguenti passi.

- Analisi dei singoli elementi dielettrici. Calcolo delle sezioni trasverse.
- Effetto di un volume di elementi dielettrici con una data distribuzione delle dimensioni.
- Legame con parametri meteorologici complessivi (es. densità della nube, intensità di pioggia, ...)
- Problemi legati all'estensione e alla variabilità spazio-temporale del fenomeno, importanti soprattutto per la pioggia. Questi problemi vanno studiati con strumenti statistici e tenendo conto delle applicazioni.

4.1.1 Sezioni trasverse

Sia dato (Fig. 4.1) un elemento dielettrico, non necessariamente sferico, su cui incide un'onda piana propagantesi nella direzione individuata dal versore $\mathbf{r}_{oi}$. Sia $\mathbf{E}_i$ il campo elettrico incidente in prossimità dell'elemento. Si produrrà un campo interno $\mathbf{E}$ a cui saranno associati assorbimento e diffusione (scattering) in varie direzioni. Nel seguito, saranno richiamate definizioni di [2].

A grande distanza (r_s) dall'elemento, il campo reirradiato per diffusione nella direzione individuata dal versore $\mathbf{r}_{os}$ avrà espressione:

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_s) = E_i \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) \frac{\exp(-jk_0 r_s)}{r_s} \quad (4.1)$$

La funzione $\mathbf{f}(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os})$ è detta funzione di scattering d'ampiezza. Invertendo la 4.1 si ha:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = \frac{\mathbf{E}_s(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_s)}{E_i} \cdot \frac{r_s}{\exp(-jk_o r_s)} \quad (4.2)$$

È stato dimostrato che sussiste la:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = \frac{k_o^2}{4\pi E_i} \int_{V'} \{\mathbf{E}(\mathbf{r}') - \mathbf{r}_{os}[\mathbf{r}_{os} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}')] \} (\epsilon_r - 1) \exp(-jk_o \mathbf{r}_{os} \cdot \mathbf{r}') dV' \quad (4.3)$$

V' è il volume interno all'elemento, $\mathbf{r}'$ è il vettore di posizione del punto di sorgente, $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ è il campo all'interno dell'elemento, ϵ_r è la costante dielettrica relativa, in generale complessa e $k_o = 2\pi/\lambda$ è il numero d'onda nel vuoto.

Si useranno nel seguito le seguenti definizioni.

- $P_s(\mathbf{r}_{os})$: densità di potenza per unità di angolo solido (W/st) reirradiata nella direzione $\mathbf{r}_{os}$
- $\mathcal{P}(\mathbf{r}_{oi})$: densità di potenza per unità di superficie (W/m²) incidente dalla direzione $\mathbf{r}_{oi}$
- W_a : potenza assorbita dall'elemento (W)
- W_s : potenza complessivamente reirradiata (scatterata) dall'elemento (W).

Si hanno le seguenti definizioni.

- Sezione trasversa di scattering bistatico (m²):

$$\sigma(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = 4\pi \frac{P_s(\mathbf{r}_{os})}{\mathcal{P}(\mathbf{r}_{oi})} \quad (4.4)$$

Si può dimostrare che vale la:

$$\sigma(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = 4\pi |f(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os})|^2 \quad (4.5)$$

- Sezione trasversa di backscattering (m²):

$$\sigma_b(\mathbf{r}_{oi}) = \sigma(\mathbf{r}_{oi}, -\mathbf{r}_{oi}) \quad (4.6)$$

- Sezione trasversa di scattering (m²):

$$\sigma_s(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{W_s}{\mathcal{P}(\mathbf{r}_{oi})} \quad (4.7)$$

Vale la:

$$\sigma_s(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \sigma(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) d\Omega_s \quad (4.8)$$

dove $d\Omega_s$ è un generico angolo solido elementare con vertice nell'elemento.

- Sezione trasversa di assorbimento (m²):

$$\sigma_a(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{W_a}{\mathcal{P}(\mathbf{r}_{oi})} \quad (4.9)$$

Vale la:

$$\sigma_a(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{1}{\mathcal{P}(\mathbf{r}_{oi})} \frac{\omega \epsilon''}{2} \int_{V'} \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}') dV' \quad (4.10)$$

- Sezione trasversa di estinzione (m^2):

$$\sigma_e(\mathbf{r}_{oi}) = \sigma_a(\mathbf{r}_{oi}) + \sigma_s(\mathbf{r}_{oi}) \quad (4.11)$$

Per la $\sigma_e(\mathbf{r}_{oi})$ è stato dimostrato il seguente teorema, detto del forward scattering:

$$\sigma_e(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{4\pi}{k_o} \Im\{f(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{oi})\} \quad (4.12)$$

Esiste, cioè, un semplice legame di proporzionalità tra la sezione trasversa di estinzione e la parte immaginaria della funzione di scattering d'ampiezza nella direzione forward, cioè per $\mathbf{r}_{os} = \mathbf{r}_{oi}$

Una volta note le sezioni trasverse dei singoli elementi, è possibile, a partire da esse, calcolare le sezioni trasverse per unità di volume (m^{-1}). Dal punto di vista applicativo sono particolarmente importanti le seguenti:

- Per le applicazioni di telecomunicazioni: sezione trasversa di estinzione per unità di volume σ_{eV}
- Per le applicazioni radar: sezione trasversa di backscattering per unità di volume σ_{bV}

Se gli elementi fossero uguali tra loro ed in numero di N per unità di volume (N in m^{-3}) si avrebbe:

$$\begin{aligned} \sigma_{eV} &= N\sigma_e \\ \sigma_{bV} &= N\sigma_b \end{aligned} \quad (4.13)$$

Nella realtà, gli elementi sono diversi tra loro. Supponiamo, per semplicità, che siano sferici. Sia $p(a)da$ il numero di elementi per unità di volume aventi raggio compreso tra a e $a + da$. Si avrà, allora:

$$\begin{aligned} \sigma_{eV} &= \int_0^\infty \sigma_e(a)p(a)da \\ \sigma_{bV} &= \int_0^\infty \sigma_b(a)p(a)da \end{aligned} \quad (4.14)$$

σ_{eV} e σ_{bV} rappresentano, rispettivamente, gli effetti complessivi di estinzione e di backscattering per unità di lunghezza. σ_{eV} coincide con il coefficiente di estinzione k_e definito dalla 3.76. σ_{bV} sarà indicato anche come k_b .

4.1.2 Teorie di Mie e di Rayleigh

Supponiamo, per ora, che gli elementi dielettrici rappresentativi di idrometeore siano sferici. Per il calcolo esatto delle sezioni trasverse di sfere dielettriche, esiste una teoria esatta dovuta a Mie. Per piccoli valori del rapporto tra diametro e lunghezza d'onda è valida un'approssimazione dovuta a Rayleigh.

Teoria di Mie

Siano a il raggio della sfera e n l'indice di rifrazione complesso della sfera ($n = \sqrt{\epsilon_r}$). k_o è, come in precedenza, il numero d'onda nel vuoto. La teoria sviluppata da Mie per il calcolo delle sezioni trasverse può essere suddivisa in vari passi.

- Si esprimono il campo incidente, il campo interno e il campo reirradiato in serie di funzioni di Bessel e di Hankel delle variabili $k_o a$ e $n k_o a$.
- Si determinano i coefficienti degli sviluppi imponendo le condizioni al contorno sulla superficie sferica.
- Si calcola il campo elettrico reirradiato nelle varie direzioni. Si ottiene poi la $\mathbf{f}(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os})$ dalla 4.3 e la $\sigma(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os})$ dalla 4.5.
- Si calcola $\sigma_s(\mathbf{r}_{oi})$ dalla 4.8
- Si calcola $\sigma_e(\mathbf{r}_{oi})$ dalla 4.12
- Se richiesto, si può ottenere la $\sigma_a(\mathbf{r}_{oi})$. Infatti: $\sigma_a(\mathbf{r}_{oi}) = \sigma_e(\mathbf{r}_{oi}) - \sigma_s(\mathbf{r}_{oi})$
- Per le applicazioni radar, si calcola $\sigma_b(\mathbf{r}_{oi})$ dalla 4.6.

La procedura precedentemente descritta conduce a risultati riassumibili nelle seguenti formule:

$$\sigma_s = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1)(|a_m|^2 + |b_m|^2) \quad (4.15)$$

$$\sigma_e = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \Re(a_m + b_m) \quad (4.16)$$

$$\sigma_b = \frac{\lambda^2}{4\pi} \left| \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m (2m+1)(a_m - b_m) \right|^2 \quad (4.17)$$

Le formule contengono sviluppi in serie. Ad ogni termine m-esimo della serie (m è intero) corrisponde una coppia di coefficienti a_m e b_m dipendenti da a , λ ed n , oltrechè, naturalmente, da m stesso. Le $a_m(a, n)$ e $b_m(a, n)$ sono espressioni contenenti al loro interno funzioni di Bessel e di Hankel di argomento complesso e le loro derivate.

Approssimazione di Rayleigh

Per valori piccoli di a/λ , i primi termini delle serie presenti nelle 4.15-4.17 sono sufficienti a calcolare le sezioni trasverse con precisione accettabile. Dal punto di vista fisico, ciò corrisponde a poter considerare costante il campo elettrico all'interno dell'elemento. Sotto tale approssimazione statica, mantenendo l'ipotesi di forma sferica, il campo interno all'elemento è dato dalla:

$$\mathbf{E} = \frac{3}{\epsilon_r + 2} \cdot \mathbf{E}_i \quad (4.18)$$

Ne consegue, dalla 4.3:

$$f(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = \frac{k_o^2}{4\pi} \int_{V'} \frac{3}{\epsilon_r + 2} \sin \alpha (\epsilon_r - 1) \exp(-j k_o \mathbf{r}_{os} \cdot \mathbf{r}') dV' \quad (4.19)$$

α è l'angolo che la direzione del campo elettrico interno forma con $\mathbf{r}_{os}$ (Fig. 4.2). Tenendo conto che:

$$\int_{V'} \exp(-j k_o \mathbf{r}_{os} \cdot \mathbf{r}') dV' = V' \quad (4.20)$$

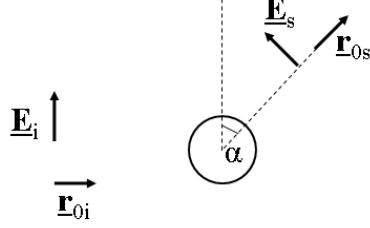


Figura 4.2

si ha:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = \frac{k_o^2}{4\pi} \frac{3(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r + 2} \sin \alpha \left(\frac{4}{3}\pi a^3\right) \quad (4.21)$$

Usando le 4.6, 4.8, 4.11, 4.13, 4.21 si ottengono le espressioni delle sezioni trasverse. Si ha:

$$\sigma(\mathbf{r}_{oi}, \mathbf{r}_{os}) = \frac{36\pi^3}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot (\sin^2 \alpha) \cdot \left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)^2 \quad (4.22)$$

$$\sigma_s(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{24\pi^3}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)^2 \quad (4.23)$$

$$\sigma_a(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_r'' \cdot \left| \frac{3}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi a^3\right) \quad (4.24)$$

$$\sigma_b(\mathbf{r}_{oi}) = \frac{36\pi^3}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi a^3\right)^2 = \frac{3}{2}\sigma_s(\mathbf{r}_{oi}) \quad (4.25)$$

Va notato che σ_a è proporzionale al volume, mentre σ , σ_s e σ_b sono proporzionali al quadrato del volume.

Esempi

La Figura 4.3 mostra alcuni esempi di andamenti di sezioni trasverse, per il caso di sfere contenenti acqua liquida. In particolare, scelte le frequenze di 5 GHz (Fig. 4.3a) e 36 GHz (Fig. 4.3b), sono riportati, in funzione del raggio della sfera, gli andamenti delle cosiddette efficienze di estinzione e di scattering (ξ_e e ξ_s), definite come segue:

$$\begin{aligned} \xi_e &= \sigma_e / (\pi a^2) \\ \xi_s &= \sigma_s / (\pi a^2) \end{aligned} \quad (4.26)$$

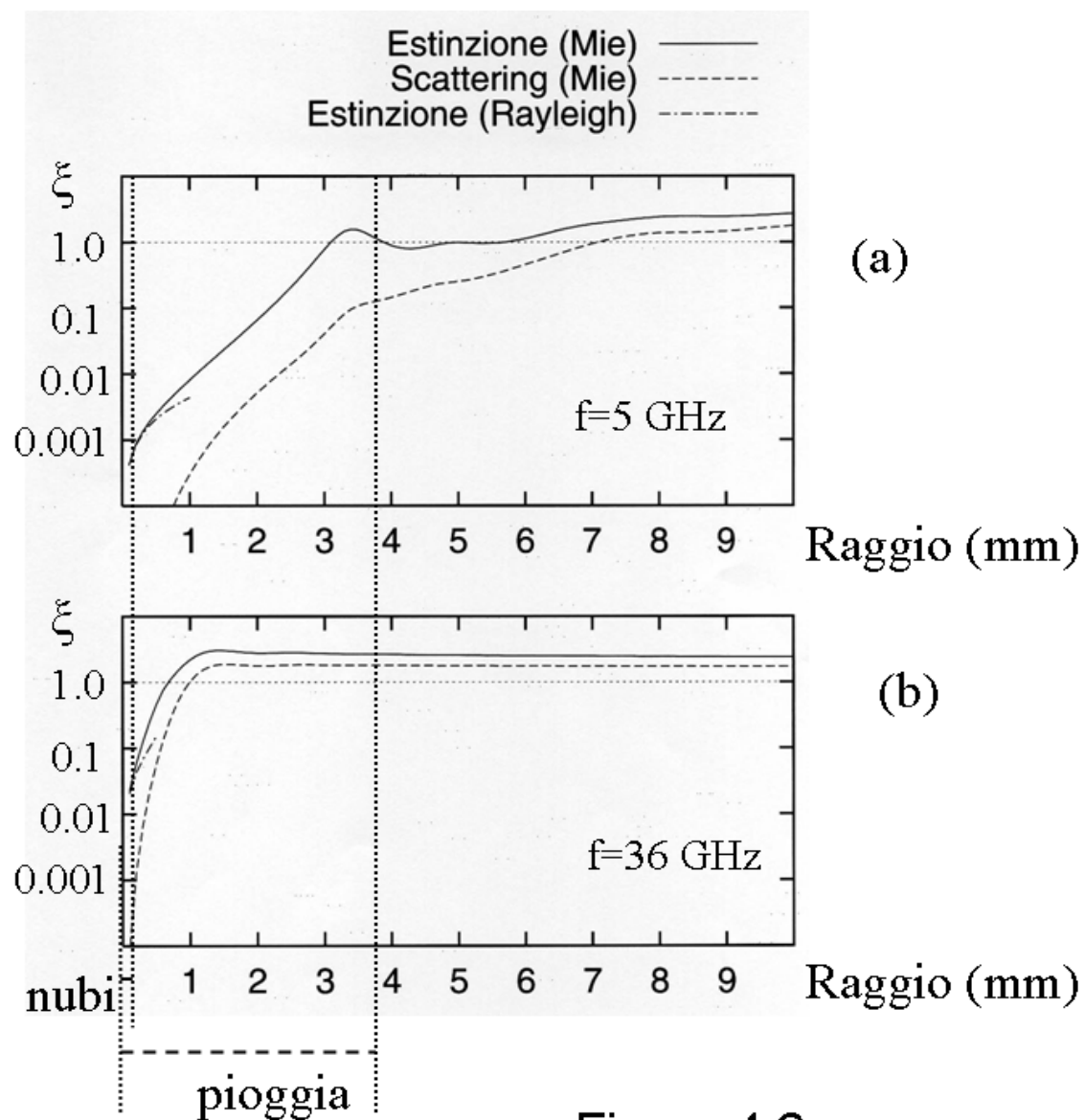


Figura 4.3

Va notato che i diagrammi sono in scala logaritmica per quanto riguarda gli assi verticali.

A 5 GHz (Fig. 4.3a) la ξ_e mostra un andamento crescente fino a un raggio di circa 3 mm, seguito, per raggi maggiori, da un massimo ed un successivo andamento oscillatorio. L'approssimazione di Rayleigh dà valori coincidenti con la teoria esatta di Mie fino a raggi di pochi decimi di mm (appena visibile nella parte sinistra del diagramma). La ξ_s è molto bassa per raggi fino a ~ 1 mm, poi cresce con un andamento simile a quello della ξ_e , ma diviene paragonabile con la ξ_e stessa soltanto per raggi maggiori di ~ 5 mm.

A 36 GHz (Fig. 4.3b) la ξ_e mostra un andamento crescente per raggi fino a circa 1.5 mm, poi raggiunge un massimo e si stabilizza. L'approssimazione di Rayleigh dà valori coincidenti con la teoria esatta di Mie fino a raggi di circa 0.1 mm. La ξ_s è molto bassa per raggi fino a ~ 0.1 mm, poi cresce fortemente all'aumentare del raggio fino a raggiungere valori dell'ordine di $\xi_e/2$.

Riassumendo, si possono fare le seguenti considerazioni generali.

- Per sfere piccole (e/o basse frequenze) l'andamento della ξ_e è crescente, l'effetto di scattering è piccolo rispetto a quello di estinzione ed è applicabile l'approssimazione di Rayleigh.
- Per sfere grandi (e/o alte frequenze) si hanno massimi e minimi negli andamenti della ξ_e e della ξ_s , l'effetto dello scattering diviene apprezzabile e l'approssimazione di Rayleigh non è più applicabile.

Nelle Figure 4.3a e 4.3b sono riportati anche gli intervalli tipici per raggi di gocce di nubi e per raggi di gocce di pioggia avente media intensità. Per le nubi, fino a 36 GHz lo scattering è trascurabile ed è applicabile l'approssimazione di Rayleigh. Per la pioggia, bisogna ricorrere alla teoria di Mie, con valori di scattering non trascurabili. La teoria di Rayleigh sarebbe applicabile soltanto per frequenze più basse di ~ 3 GHz, e per le gocce più piccole.

4.1.3 Proprietà dielettriche

Tutte le sezioni trasverse, come si deduce dalle formule mostrate in 4.1.1, sono funzioni della costante dielettrica complessa. Quest'ultima dipende dalla frequenza, dalla temperatura e dallo stato. L'idrometeora può essere costituita da: acqua liquida, neve, o ghiaccio.

- La Figura 4.4 mostra gli andamenti, in funzione della frequenza, delle parti reale (linea continua) e immaginaria (linea tratteggiata) della costante dielettrica dell'acqua liquida. La parte reale è nettamente decrescente con la frequenza, a causa del progressivo rilassamento degli effetti dipolari. La parte immaginaria presenta un massimo intorno ai 15 GHz. Ambedue le curve sono valide per una temperatura di 20°.
- Per la neve, la costante dielettrica è influenzata dalla frazione di acqua liquida, ma si hanno comunque valori molto più bassi rispetto a quelli di Figura 4.4. La ϵ'_r non supera valori di poche unità (2-3) mentre la ϵ''_r è dell'ordine di pochi decimi.
- Per il ghiaccio, si hanno valori bassi e non dipendenti dalla frequenza:
 $\epsilon'_r = 3.15$,
 $\epsilon''_r \simeq 0$

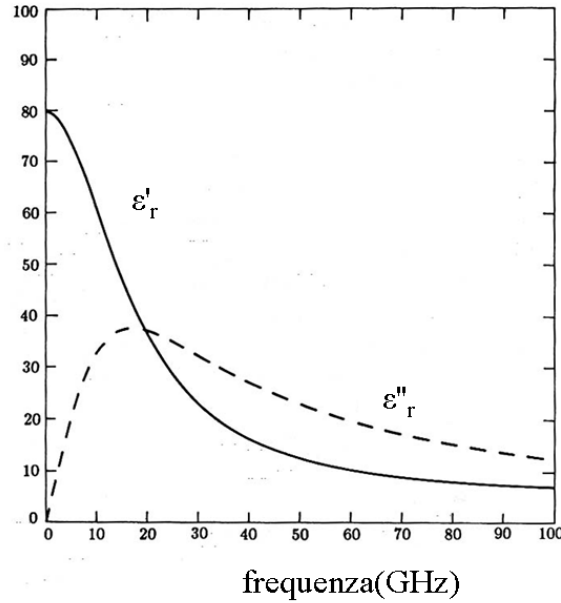


Figura 4.4

4.2 Effetti di nubi e nebbia

Le nubi sono costituite da idrometeore di piccole dimensioni, le cui proprietà sono fortemente dipendenti dalla quota.

- Alle quote più alte, tipicamente al di sopra dell'isoterma a 0 C, le idrometeore sono cristalli di ghiaccio, spesso aghiformi, variabili in dimensioni e orientazione. Producono deboli effetti di attenuazione e scattering, ma possono generare apprezzabile depolarizzazione nei collegamenti via-satellite.
- Intorno agli 0 C, si ha uno strato transitorio e instabile, detto melting layer, dove ha luogo la fusione. Qui le idrometeore sono costituite da ghiaccio nella parte centrale, mentre nella zona esterna si forma una pellicola di acqua liquida. Queste idrometeore, per la coesistenza di rilevanti dimensioni complessive e di acqua liquida nella parte esterna, interagiscono fortemente con le onde elettromagnetiche. Il melting layer è sottile per cui non produce forti effetti nei collegamenti spaziali. Può invece produrre un effetto di elevato backscattering, detto bright band, nei radar ad alta risoluzione.
- A quote basse o molto basse (nebbia) si hanno gocce di acqua liquida di forma quasi sferica. Nel seguito si daranno informazioni più dettagliate sugli effetti da esse prodotti.

Per stimare gli effetti complessivi di estinzione e backscattering si usano le 4.14. A tal scopo, occorre disporre di funzioni $p(a)$ tali da rappresentare correttamente la statistica delle dimensioni. Per le nubi, una funzione che si adatta bene è quella dovuta a Deirmendjian:

$$p(a) = Aa^\alpha \exp(-Ba^\gamma) \quad (4.27)$$

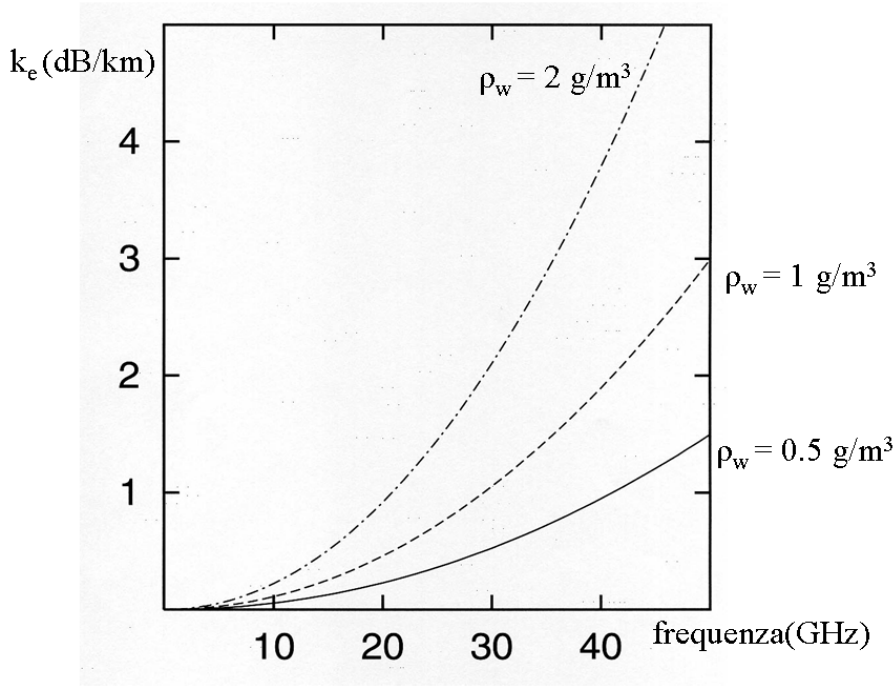


Figura 4.5

A , α , B e γ sono parametri dipendenti dalle proprietà della nube. Le distribuzioni sono diverse a seconda del tipo di nube. Per nubi di tipo cumulo e nebbia fitta (fog) le massime densità si hanno per raggi compresi tra $\sim 10 \mu\text{m}$ e $\sim 30 \mu\text{m}$. Per nebbia sottile (haze) dominano i raggi più piccoli, minori di $0.1 \mu\text{m}$. A microonde, si ha:

$$a/\lambda \ll 1$$

$$\sigma_s \ll \sigma_a$$

$$\sigma_e \simeq \sigma_a$$

$$k_e \simeq k_a$$

Inoltre, sarà applicabile l'approssimazione di Rayleigh. Quindi:

$$k_e = k_a = \int_0^\infty \sigma_a(a)p(a)da = k'_v \int_0^\infty p(a) \frac{4}{3} \pi a^3 da \quad (4.28)$$

k'_v è un coefficiente, mentre la rimanente espressione integrale coincide con la frazione di volume complessivamente occupata da acqua liquida. Tale frazione, a sua volta, è proporzionale alla concentrazione complessiva d'acqua per unità di volume ρ_w (g/m^3). Si ha quindi:

$$k_a = k'_{ga} \rho_w \quad (4.29)$$

k'_{ga} è un altro coefficiente, espresso in $[\text{dB km}^{-1} \text{g}^{-1} \text{m}^3]$. La Figura 4.5 mostra andamenti del coefficiente di estinzione, in funzione della frequenza, per valori realistici di concentrazione d'acqua liquida.

La sezione trasversa di backscattering per unità di volume può essere ottenuta combinando la seconda delle 4.14 con la 4.25. Si ha:

$$k_b = \sigma_{bV} = \frac{36\pi^3}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot \int_0^\infty p(a) \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \right)^2 da \quad (4.30)$$

Nella letteratura delle applicazioni radar è più usato il diametro D . Si può scrivere:

$$k_b = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot \int_0^\infty p(D) D^6 dD = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot Z \quad (4.31)$$

Z è detta riflettività. In genere è espressa in mm^6/m^3 . Procedendo analogamente al caso della k_e si ottiene:

$$Z = k'_{gb} \rho_w^2 \quad (4.32)$$

dove k'_{gb} è espresso in $\text{mm}^6 \text{ m}^3 \text{ g}^{-2}$.

4.3 Effetti della pioggia

4.3.1 Geometria e densità delle gocce

Sono state proposte varie distribuzioni per le dimensioni delle gocce di pioggia. Molto usata, essendo stata confermata da numerosi dati sperimentali, è la seguente distribuzione, detta di Marshall-Palmer (Figura 4.6, [5]):

$$p(a) = N_o \exp(-\Lambda a) \quad (4.33)$$

dove:

$$\begin{aligned} N_o &= 1.6 \cdot 10^4 \\ \Lambda &= 8.2 \cdot R^{-0.21} \end{aligned} \quad (4.34)$$

N_o è espresso in $\text{m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$, Λ è espresso in mm^{-1} . R è l'intensità di pioggia, espressa in mm/h . Si nota come, all'aumentare di R , aumenta la frazione di gocce aventi dimensioni maggiori. In realtà le gocce non sono sfere, ma ellissoidi oblati, con un rapporto tra asse minore e asse maggiore che tende ad 1 per le gocce più piccole, ma scende fino a 0.6 per le gocce più grandi. La Figura 4.7 [5] dà uno schema grafico di un tipico insieme di gocce. Per le gocce non sferiche, è usato il raggio equivolumetrico (che indicheremo sempre col simbolo a), inteso come il raggio di una sfera avente lo stesso volume della goccia ellissoidale. Anche per i raggi equivolumetrici rimane applicabile la distribuzione di Marshall-Palmer.

4.3.2 Attenuazione

Per la stima degli effetti di estinzione dovuti a pioggia, si applicano le formule di Mie, modificate per tener conto dell'ellitticità delle gocce, e la distribuzione di Marshall-Palmer. Chiamando con f la frequenza e con P la polarizzazione ($P = H$ se orizzontale, $P = V$ se verticale), dalla prima delle 4.14 si ha:

$$k_e(R, f, P) = \int_0^\infty \sigma_e(f, P, a) p(R, a) da \quad (4.35)$$

Sono stati effettuati calcoli esatti per vari valori di R, f, P e si è trovato che i risultati sono ben approssimabili da un semplice funzione algebrica del tipo seguente:

$$k_e(R, f, P) = K(f, P) \cdot R^{\alpha(f, P)} \quad (4.36)$$

$K(f, P)$ e $\alpha(f, P)$ sono parametri ricavati con procedure di minimo scarto rispetto ai valori di $k_e(R, f, P)$ ottenuti in modo esatto usando la 4.35. La Tabella 4.2 [6] riporta i valori di $K(f, P)$

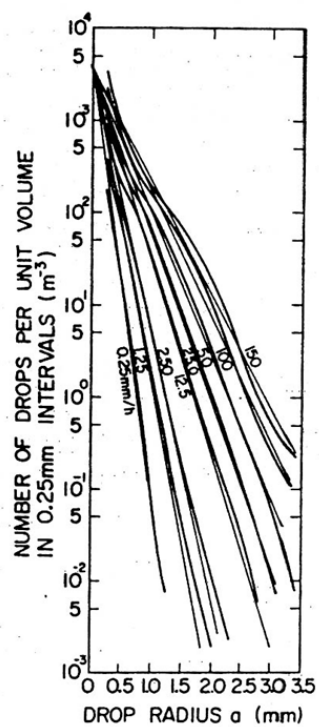


Figura 4.6

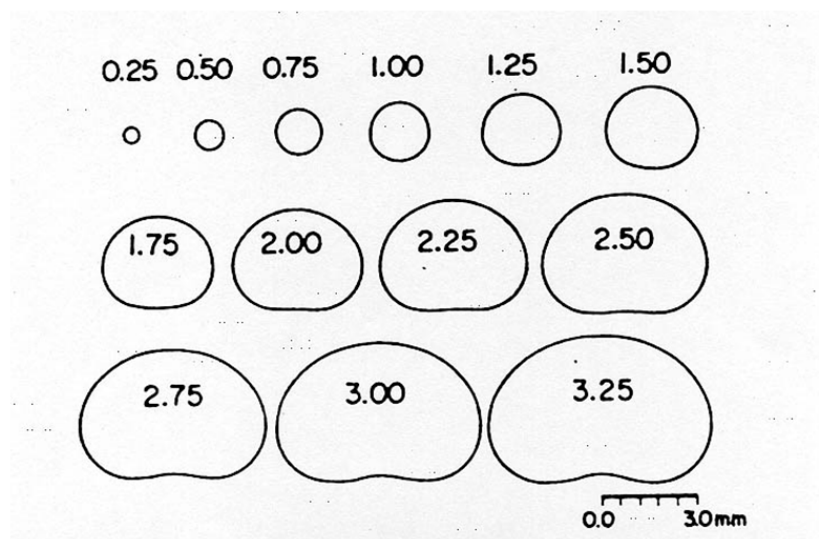


Figura 4.7

Frequenza (GHz)	k_H	k_V	α_H	α_V
1	0,0000387	0,0000352	0,912	0,880
2	0,000154	0,000138	0,963	0,923
4	0,000650	0,000591	1,121	1,075
6	0,00175	0,00155	1,308	1,265
7	0,00301	0,00265	1,332	1,312
8	0,00454	0,00395	1,327	1,310
10	0,0101	0,00887	1,276	1,264
12	0,0188	0,0168	1,217	1,200
15	0,0367	0,0335	1,154	1,128
20	0,0751	0,0691	1,099	1,065
25	0,124	0,113	1,061	1,030
30	0,187	0,167	1,021	1,000
35	0,263	0,233	0,979	0,963
40	0,350	0,310	0,939	0,929
45	0,442	0,393	0,903	0,897
50	0,536	0,479	0,873	0,868
60	0,707	0,642	0,826	0,824
70	0,851	0,784	0,793	0,793
80	0,975	0,906	0,769	0,769
90	1,06	0,999	0,753	0,754
100	1,12	1,06	0,743	0,744
120	1,18	1,13	0,731	0,732
150	1,31	1,27	0,710	0,711
200	1,45	1,42	0,689	0,690
300	1,36	1,35	0,688	0,689
400	1,32	1,31	0,683	0,684

Tabella 4.2

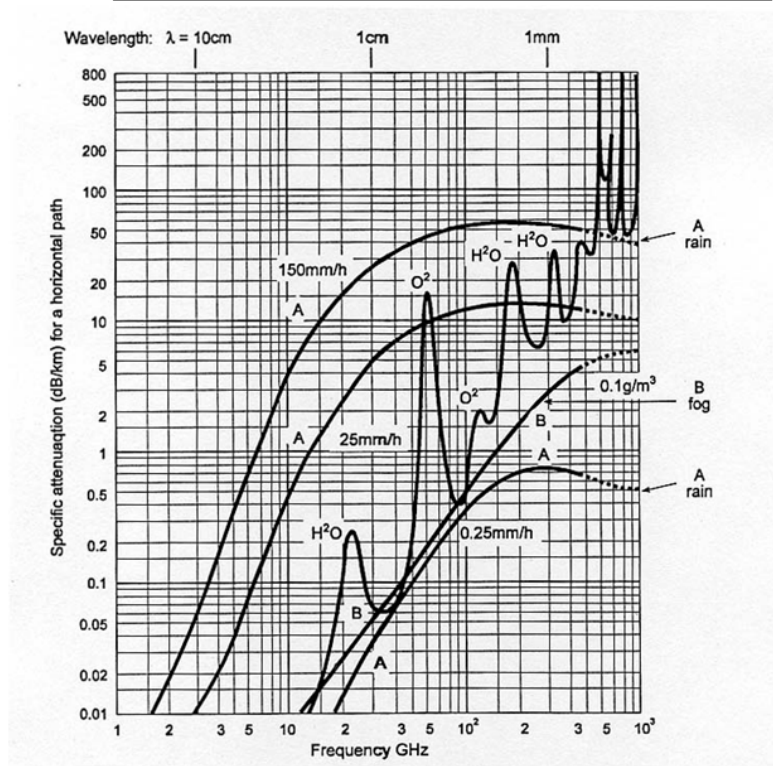


Figura 4.8

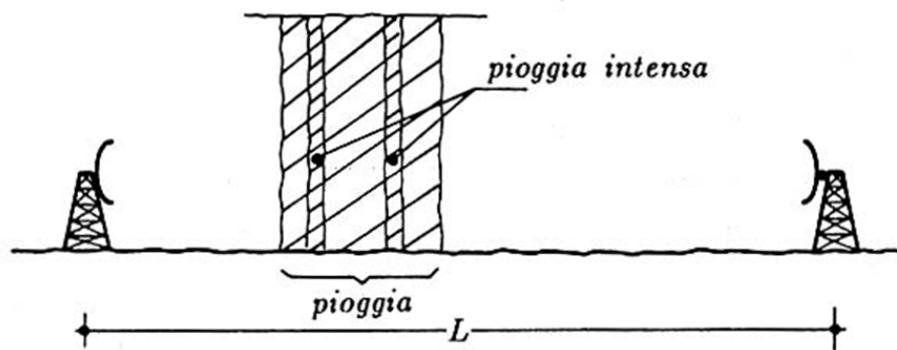


Figura 4.9

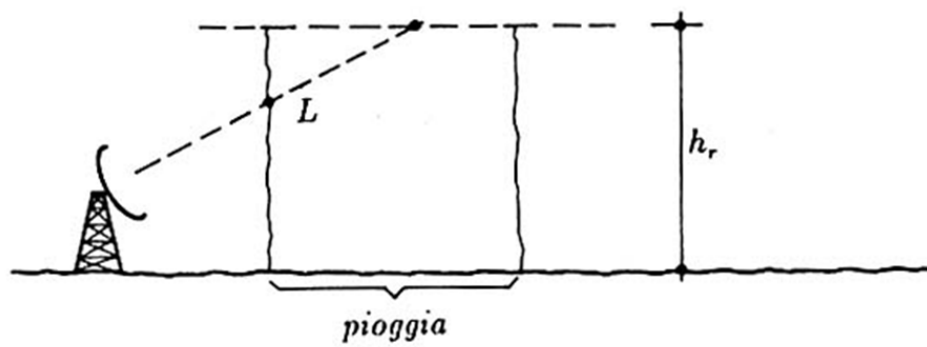


Figura 4.10

e $\alpha(f, P)$ per alcune frequenze. Per frequenze intermedie rispetto ai valori disponibili in Tabella 4.2, si può procedere per interpolazione.

La Figura 4.8 riporta i risultati della 4.36 in forma grafica per tre valori di R corrispondenti a pioggia molto lieve (0.25 mm/h), media (25 mm/h) e molto intensa (150 mm/h), mettendoli a confronto con i gli andamenti di attenuazione dovuta a nubi e gas atmosferici. Per i tre valori di intensità piovosa sono riportate, in funzione della frequenza, le k_e medie tra quelle delle polarizzazioni verticale e orizzontale. Le ordinate sono in dB/km. A parità di frequenza, k_e aumenta con R . Per una data R , l'andamento in funzione della frequenza presenta una fase crescente, che corrisponde a valori del rapporto a/λ mediamente più piccoli, seguita da una fase di saturazione. Tale andamento trova spiegazione nelle considerazioni generali svolte alla fine del paragrafo 4.1.2 e nelle proprietà della distribuzione di Marshall-Palmer, illustrate in 4.3.1. Inoltre, si nota come l'effetto della pioggia, anche se di media intensità, è del tutto dominante rispetto a quelli della nebbia e dei gas atmosferici fino a frequenze di ~ 10 GHz. A frequenze più alte, gli altri effetti cominciano ad essere apprezzabili.

La 4.36 è una formula molto semplice, rispetto alla complessità del problema. Tuttavia, la sua applicazione ai casi reali non è immediata e necessita di essere integrata con tecniche statistiche. Sia dato, infatti, un collegamento terrestre di lunghezza L (Figura 4.9). Se si avesse, lungo di esso, pioggia uniforme di intensità R (alla frequenza f e per la polarizzazione P), l'attenuazione totale sarebbe data semplicemente dal prodotto $k_e(R, f, P) \cdot L$. La pioggia, invece, occupa soltanto zone limitate di spazio, che contengono al loro interno zone di dimensioni più piccole, dette celle, dove è particolarmente intensa. Il fenomeno, inoltre, è variabile nel tempo in modo molto irregolare.

Nei collegamenti via-satellite (Fig. 4.10) il problema della incerta estensione orizzontale è meno grave, perchè la zona atmosferica attraversata è limitata a pochi chilometri. Interviene, però, una nuova variabile, cioè l'estensione verticale h_R , di cui può essere stimato il valore medio per una data zona climatica, ma può esistere una notevole variabilità sulle singole precipitazioni.

A causa delle incertezze precedentemente indicate, il problema dell'attenuazione dovuta a pioggia deve essere affrontato con metodi statistici. Dato un collegamento, l'attenuazione viene stimata in termini di distribuzione cumulativa. Per una data frequenza, una data polarizzazione, una data zona climatica, il metodo più diretto per ottenere la distribuzione cumulativa è sperimentale. Si trasmette in modo continuativo per intervalli di tempo sufficientemente lunghi da essere statisticamente significativi (tipicamente almeno 5 anni) e si calcola, per ogni percentuale di tempo, il valore di attenuazione che durante quella percentuale di tempo viene superato (Figure 4.11a e 4.11b). Questo metodo di valutazione fornisce risultati limitati ad una sola frequenza (e polarizzazione) ed una sola zona climatica. Una sua estensione a livello modiale e a molte frequenze sarebbe fortemente costosa. Per prevedere l'attenuazione si opera quindi in modo diverso, misurando semplicemente la distribuzione cumulativa della pioggia nel sito interessato. Una tale misura può essere effettuata con i pluviometri, che sono strumenti semplici, economici ed affidabili. Si usano, poi, modelli statistici, unitamente alla 4.36, per legare la distribuzione cumulativa dell'attenuazione $A(D)$, che interessa il progettista di telecomunicazioni, a quella dell'intensità di pioggia $R(D)$. Sono stati proposti numerosi modelli. Nel capitolo 7 verranno descritti quelli raccomandati dall'Unione Internazionale delle Telecomunicazioni per i due casi di collegamenti terrestri e collegamenti via-satellite. È comunque importante caratterizzare le $R(D)$ nelle varie zone climatiche. La Figura 4.12 [7] mostra un confronto tra distribuzioni cumulative tipiche di varie zone climatiche europee. Si nota come i temporali intensi, che producono le attenuazioni significative, sono più frequenti nei climi mediterranei e meno frequenti nei climi nordici, freddi e secchi. Come sarà mostrato nel Cap. 7, gli algoritmi per il calcolo della $A(D)$ usano semplicemente l'intensità di pioggia superata per lo 0.01% del tempo. L'Unione Internazionale delle Telecomunicazioni fornisce mappe globali di tale parametro. Quelle relative ai continenti europeo, africano ed americano sono mostrati nelle Figure 4.13 e 4.14 [8].

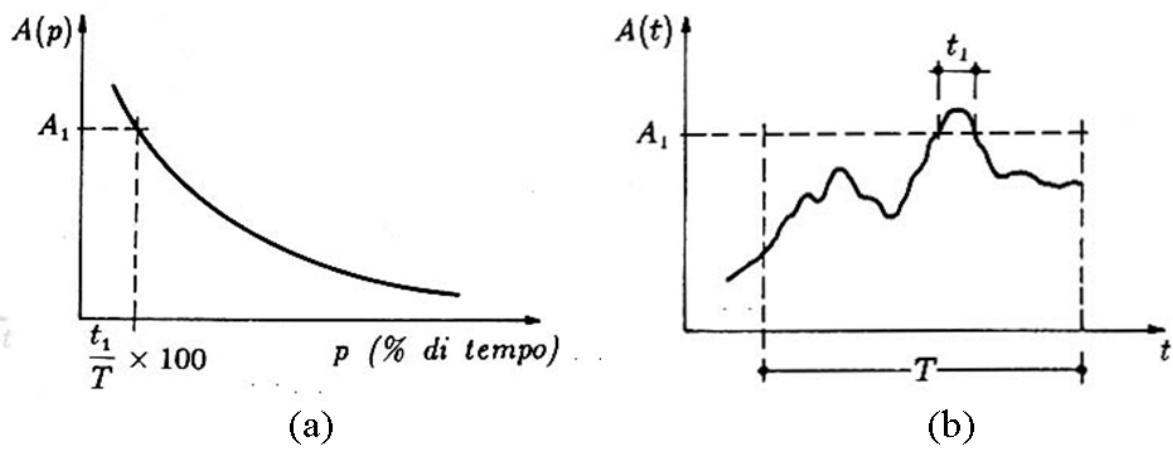


Figura 4.11

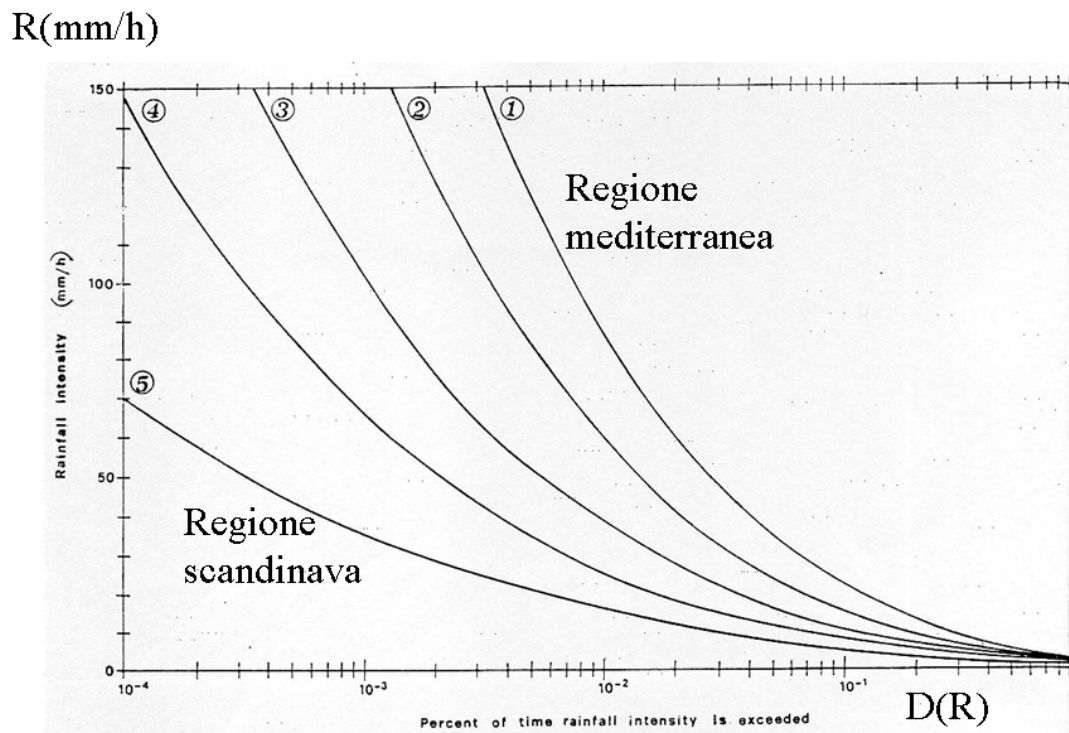
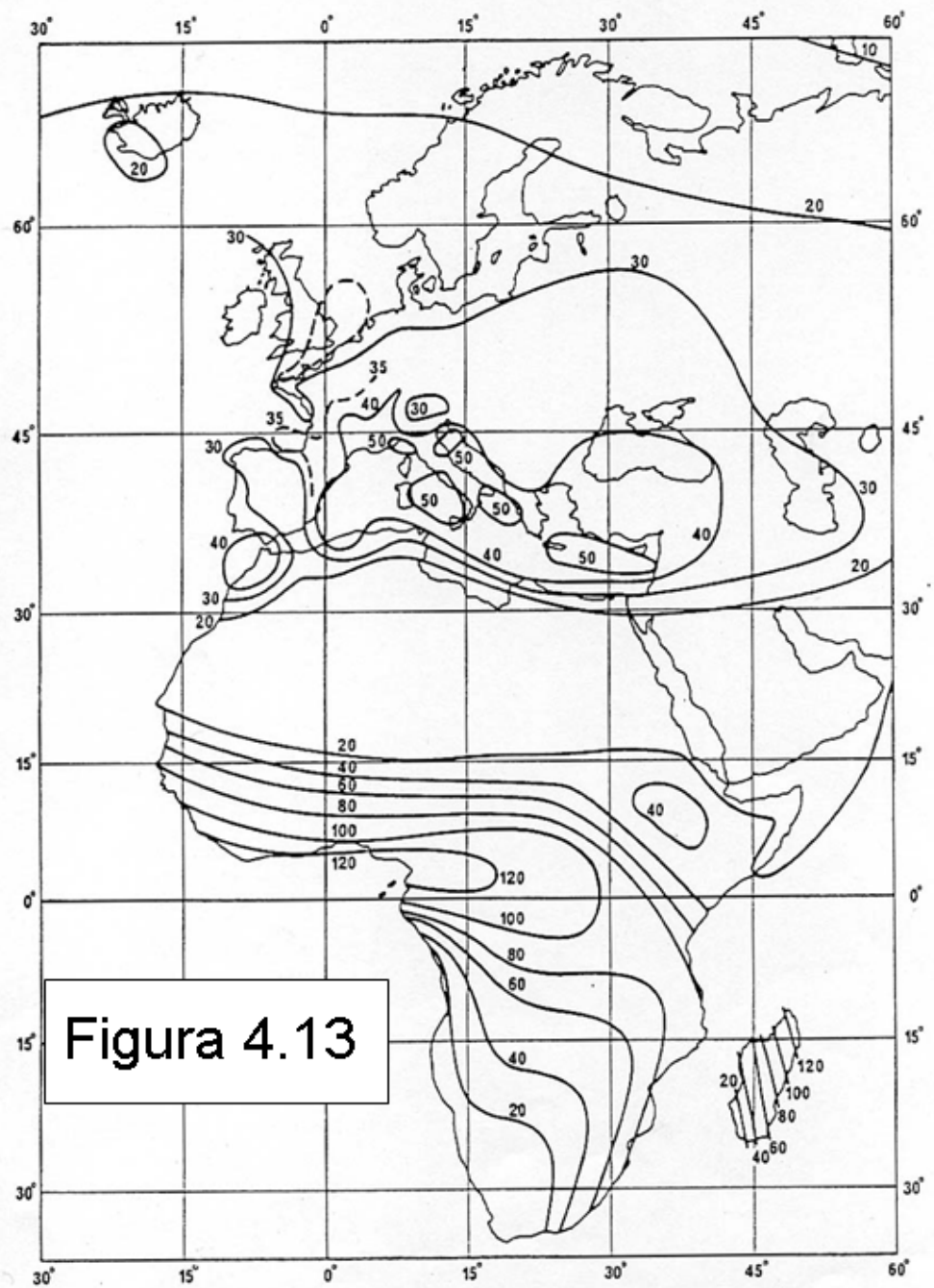
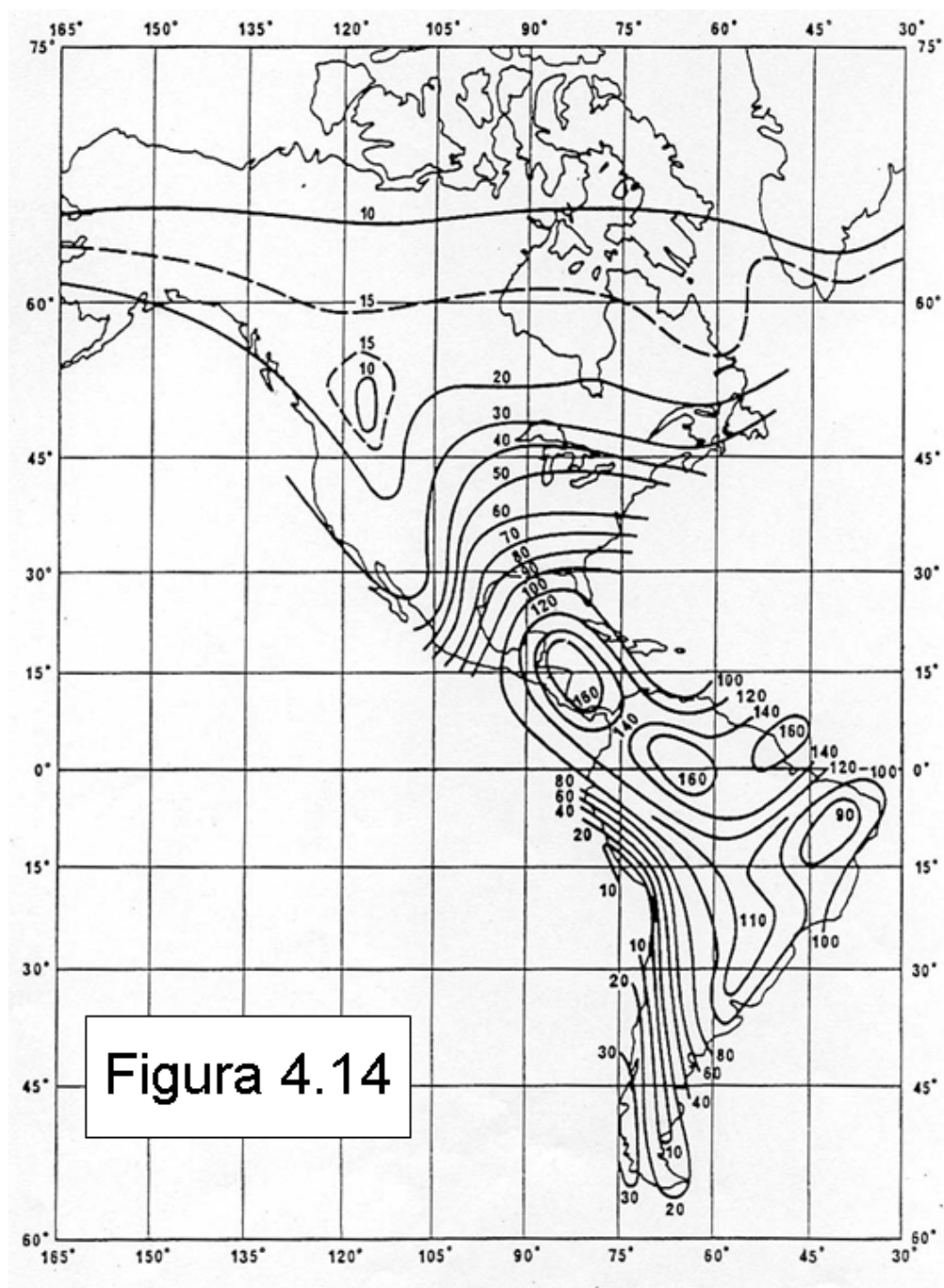


Figura 4.12





4.3.3 Depolarizzazione

Come evidenziato in 4.3.1, le gocce di pioggia non sono sferiche, ma hanno forma di ellissoidi oblatti. Supponiamo, inizialmente, che l'asse minore sia perfettamente verticale (Figura 4.16). In tal caso, un campo incidente polarizzato orizzontalmente (E_H) subisce effetti di attenuazione maggiori rispetto a un campo incidente polarizzato verticalmente (E_V). Le condizioni di simmetria delle gocce, però, fanno sì che le direzioni di ambedue i campi (e, quindi, le polarizzazioni) risultino immutate dopo l'attraversamento della goccia.

Supponiamo ora che, come avviene nella realtà, l'ellissoide sia inclinato di un angolo θ_c (Figura 4.17). Un campo incidente polarizzato verticalmente può essere decomposto in una componente E_{V1} , diretta come l'asse maggiore della goccia, e una componente E_{V2} , diretta come l'asse minore. Poichè E_{V1} viene attenuata più di E_{V2} , il campo trasmesso al di là della goccia non avrà più la stessa direzione verticale di quello incidente, ma presenterà una debole componente trasversa E_t . Questo fenomeno prende il nome di depolarizzazione. Un effetto analogo si manifesta se la polarizzazione del campo incidente è orizzontale. Il fenomeno della depolarizzazione è più forte se è più intensa la precipitazione. Infatti, come già visto, precipitazioni più intense presentano gocce che sono tendenzialmente più grandi e più schiacciate, con conseguente aumento della depolarizzazione.

Va aggiunto che le due componenti, parallele ai due assi dell'ellissoide, subiscono effetti diversi anche sulla fase. Ne segue che l'effetto depolarizzante è presente anche in polarizzazione circolare. In questo caso, si manifesta per qualsiasi orientazione dell'ellissoide, inclusa quella per cui l'asse minore è verticale (Fig. 4.16).

4.3.4 Scattering

Per le applicazioni radar, interessa stimare anche l'effetto di backscattering dovuto a volumi di pioggia. In generale, occorre applicare le formule di Mie, modificate per tener conto dell'ellitticità delle gocce, e la distribuzione di Marshall-Palmer. Come visto, per piccoli valori del rapporto a/λ è applicabile l'approssimazione di Rayleigh. In questo caso, che si manifesta per deboli intensità di pioggia e/o per basse frequenze, la sezione trasversa di backscattering per unità di volume può essere calcolata usando la stessa espressione 4.31 già usata per le nubi:

$$k_b = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 \cdot Z \quad (4.37)$$

Nel caso della pioggia, usando la distribuzione di Marshall Palmer, si trova che i risultati esatti sono ben approssimabili usando per la riflettività Z la seguente espressione:

$$Z = 200R^{1.6} \quad (4.38)$$

Z è sempre in mm^6/m^3 . La 4.38 vale per gocce sferiche. In realtà, a causa della forma ellittica delle gocce, si avranno valori di Z lievemente più alti in polarizzazione orizzontale (Z_H), e più bassi in polarizzazione verticale (Z_V).

Per frequenze maggiori di ~ 10 GHz l'approssimazione di Rayleigh cade. In tal caso, viene definita una riflettività equivalente Z_e , che è il valore di Z che si dovrebbe introdurre nella 4.37 per ottenere una k_b pari a quella che viene misurata. La relazione tra Z_e ed R non sarà più così semplice come la 4.38. I coefficienti sono generalmente ottenuti con metodi empirici.

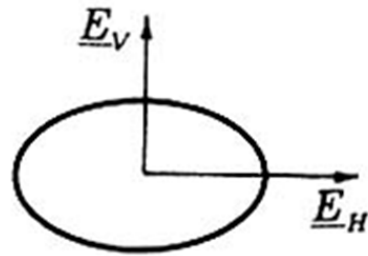


Figura 4.15

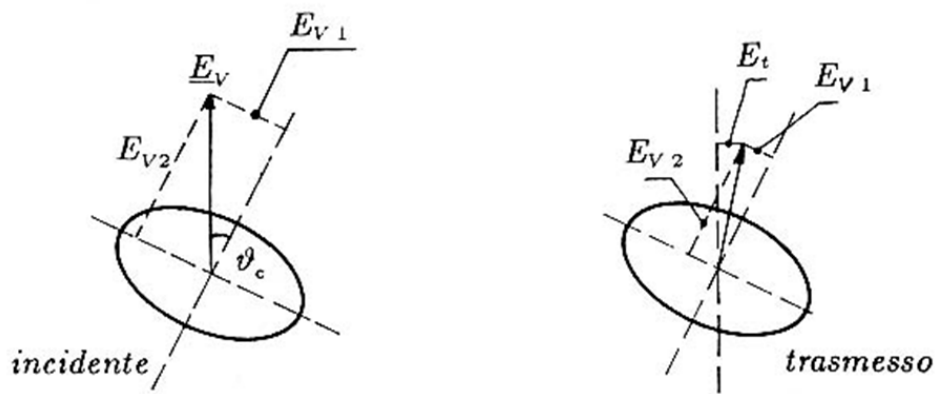


Figura 4.16

4.4 Effetti della neve

Le precipitazioni nevose producono scarsi problemi, in quanto sono rare e provocano deboli interazioni con le onde elettromagnetiche. Per il coefficiente di estinzione varrà comunque la prima delle 4.14. Procedendo in modo analogo al caso della pioggia, è stato dimostrato che è applicabile un'espressione del seguente tipo:

$$k_e = A_a R + A_s R^{1.6} \quad (4.39)$$

A_a ed A_s sono coefficienti, mentre R , in questo caso, indica il volume equivalente d'acqua liquida che cade nell'unità di tempo e per unità di area. Il primo termine della 4.39 tiene conto degli effetti di assorbimento, mentre il secondo tiene conto degli effetti di scattering.

Capitolo 5

Propagazione ionosferica

5.1 Richiami di fisica della ionosfera

Con il termine ionosfera si intende quella zona dell'atmosfera, compresa all'incirca tra 100 km e 1000 km di quota, nella quale, a causa della radiazione solare, è presente un apprezzabile numero di molecole ionizzate e, in corrispondenza, elettroni liberi. Il fenomeno varia secondo cicli di periodicità diurna, stagionale e solare. Andamenti tipici del numero di elettroni N per m^3 in funzione della quota sono mostrati in Figura 5.1.

Dalla figura si nota che, come è facilmente spiegabile, il fenomeno è più intenso di giorno che di notte. Si nota anche che, a parte alcuni picchi locali, al diminuire della quota N cresce, raggiunge un massimo e poi decresce. L'andamento è giustificato dalla presenza di due effetti contrastanti: al diminuire della quota aumenta la densità molecolare, ma diminuisce la percentuale di molecole che vengono ionizzate, perchè la radiazione solare è sempre più schermata dagli strati sovrastanti.

Come si vedrà nel seguente paragrafo, gli effetti ionosferici si combinano in modo complesso con quelli del campo magnetico terrestre. È quindi utile ricordare che è presente un campo magnetico terrestre statico, la cui ampiezza è $B_s \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ Wb/m}^2$.

5.2 Interazione tra onde elettromagnetiche e ionosfera

Supponiamo che si propaghi nella ionosfera, in cui sono presenti elettroni liberi, un'onda elettromagnetica. Gli effetti propagativi sono dovuti in modo prevalente agli elettroni stessi. Gli ioni, infatti, avendo una mobilità molto minore, producono effetti trascurabili.

La forza totale che agisce su un singolo elettrone sarà dovuta al campo elettrico, alla forza di Lorentz e ad un termine di smorzamento dovuto alle perdite. Si avrà, cioè, per una generica funzione del tempo:

$$\mathcal{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e(\mathcal{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_s) - m\nu\mathbf{v} \quad (5.1)$$

m , v ed e sono la massa, la carica e la velocità dell'elettrone, rispettivamente. ν (rad/s) è un coefficiente che tiene conto delle perdite. In regime sinusoidale si avrà:

$$(j\omega + \nu)m\mathbf{V} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}_s) \quad (5.2)$$

$\mathbf{V}$ è il fasore della velocità.

La densità di corrente sarà:

$$\mathbf{J} = -Ne\mathbf{V} \quad (5.3)$$

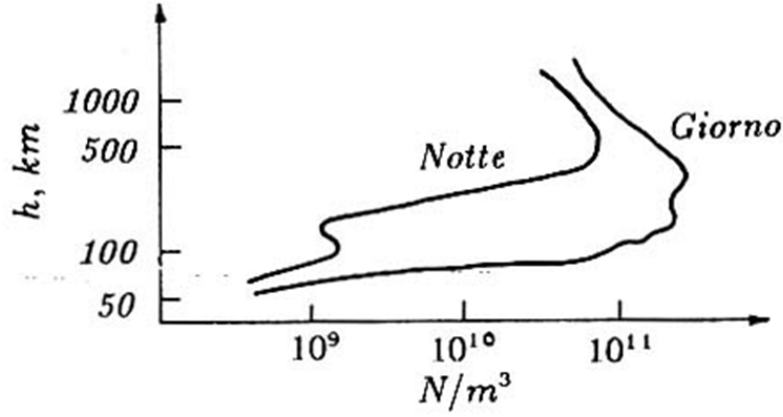


Figura 5.1

Scegliamo un sistema di riferimento con l'asse z parallelo alla direzione del campo magnetico terrestre:

$$\mathbf{B}_s = B_s \mathbf{z}_o \quad (5.4)$$

Si avrà:

$$(j\omega + \nu)\mathbf{J} + \frac{eB_s}{m}(\mathbf{J} \times \mathbf{z}_o) = \frac{e^2 N}{m}\mathbf{E} \quad (5.5)$$

Si definiscono:

- pulsazione di plasma:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N}{\epsilon_o m}} \quad (5.6)$$

- pulsazione di ciclotrone:

$$\omega_c = \frac{eB_s}{m} \quad (5.7)$$

Si ha $\omega_c = 8.83 \cdot 10^6$ rad/s.

ω_p dipende da N , quindi dalla concentrazione elettronica. In generale, $\omega_p < 40 \cdot 10^6$ rad/s.

Dalla 5.5, tenendo conto delle 5.6 e 5.7 si ha:

$$(j\omega + \nu)\mathbf{J} + \omega_c(\mathbf{J} \times \mathbf{z}_o) = \omega_p^2 \epsilon_o \mathbf{E} \quad (5.8)$$

ϵ_o è la costante dielettrica del vuoto. Dalla 5.8 si individua già una proprietà fondamentale del mezzo che stiamo studiando: è anisotropo, con una relazione tensoriale tra $\mathbf{J}$ ed $\mathbf{E}$.

$\nu/2\pi$ è dell'ordine di pochi KHz, quindi ν è trascurabile rispetto ad ω , nella maggioranza delle applicazioni. Tenendo conto di questa approssimazione, e scrivendo la 5.8 in forma matriciale, si ha:

$$\begin{bmatrix} j\omega & \omega_c & 0 \\ -\omega_c & j\omega & 0 \\ 0 & 0 & j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \omega_p^2 \epsilon_o \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Invertendo:

$$\mathbf{J} = \bar{\bar{\sigma}} \cdot \mathbf{E} \quad (5.10)$$

con:

$$\bar{\bar{\sigma}} \simeq \frac{\omega_p^2 \epsilon_o}{\omega_c^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} j\omega & -\omega_c & 0 \\ \omega_c & j\omega & 0 \\ 0 & 0 & j\omega \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

(Nell'elemento della terza riga e terza colonna della 5.11 si è trascurato il termine ω_c^2/ω rispetto a ω).

Per studiare la propagazione all'interno di questo mezzo, scriviamo l'equazione di Maxwell relativa al rotore del campo magnetico. Si avrà:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon_o \bar{\bar{\epsilon}}_r \cdot \mathbf{E} \quad (5.12)$$

con:

$$\bar{\bar{\epsilon}}_r = \bar{\bar{U}} + \frac{\bar{\bar{\sigma}}}{j\omega \epsilon_o} \quad (5.13)$$

dove $\bar{\bar{U}}$ è la matrice unità.

Supponiamo che nel mezzo si propagano onde piane. I campi $\mathbf{E}$ e $\mathbf{H}$ avranno le note espressioni:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_o \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_o \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (5.14)$$

con:

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{x}_o + k_y \mathbf{y}_o + k_z \mathbf{z}_o \quad (5.15)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (5.16)$$

Per le equazioni di Maxwell dovrà essere:

$$\begin{aligned} -j\mathbf{k} \times \mathbf{E}_o &= -j\omega \mu_o \mathbf{H}_o \\ -j\mathbf{k} \times \mathbf{H}_o &= j\omega \epsilon_o \bar{\bar{\epsilon}}_r \cdot \mathbf{E}_o \end{aligned} \quad (5.17)$$

Per sostituzione di $\mathbf{H}_o$ si ottiene:

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_o) = \mathbf{k} \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_o - k^2 \mathbf{E}_o = -\omega^2 \mu_o \epsilon_o \bar{\bar{\epsilon}}_r \cdot \mathbf{E}_o \quad (5.18)$$

ovvero:

$$(k^2 \bar{\bar{U}} - k_o^2 \bar{\bar{\epsilon}}_r - \mathbf{k} \mathbf{k}) \cdot \mathbf{E}_o = 0 \quad (5.19)$$

In forma matriciale espansa si ha:

$$\begin{bmatrix} k^2 - \epsilon_{r1} k_o^2 - k_x^2 & j\epsilon_{r2} k_o^2 - k_x k_y & -k_x k_z \\ -j\epsilon_{r2} k_o^2 - k_x k_y & k^2 - \epsilon_{r1} k_o^2 - k_y^2 & -k_y k_z \\ -k_x k_z & -k_y k_z & k^2 - \epsilon_{r1} k_o^2 - k_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \\ E_{oz} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.20)$$

dove:

$$\epsilon_{r1} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad (5.21)$$

$$\epsilon_{r2} = \frac{\omega_p^2(\omega_c/\omega)}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad (5.22)$$

Perchè il sistema dato dalla 5.20 abbia soluzioni non banali, deve annullarsi il determinante dei coefficienti. Ne deriva un'equazione molto lunga e complessa, detta equazione di Appleton-Hartree. Considerarla nel caso generale è molto laborioso dal punto di vista algebrico. Nella letteratura del settore, si preferisce considerare tre casi notevoli, che sono poi assunti come riferimento per la trattazione di problemi applicativi.

1. Direzione di propagazione perpendicolare a $\mathbf{B}_s$,
polarizzazione del campo elettrico parallela a $\mathbf{B}_s$.

Si ha:

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{x}_o$$

$$\mathbf{E}_o = E_{oz} \mathbf{z}_o$$

$$\mathbf{V} \times \mathbf{B}_s = 0$$

Non c'è effetto dovuto al campo magnetico terrestre, il secondo termine a primo membro della 5.2 è nullo, e la relazione tra $\mathbf{J}$ ed $\mathbf{E}$ è semplicemente scalare. La 5.20 si riduce a:

$$\begin{bmatrix} -\epsilon_{r1}k_o^2 & j\epsilon_{r2}k_o^2 & 0 \\ -j\epsilon_{r2}k_o^2 & k_x^2 - \epsilon_{r1}k_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & k_x^2 - \epsilon_{r1}k_o^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{oz} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.23)$$

Dovrà essere:

$$k_x = \sqrt{\epsilon_{r1}} k_o \quad (5.24)$$

Questa soluzione è detta onda ordinaria.

2. Direzione di propagazione perpendicolare a $\mathbf{B}_s$,
polarizzazione del campo elettrico perpendicolare a $\mathbf{B}_s$.

Si ha:

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{x}_o$$

$$E_{oz} = 0$$

La 5.20 si riduce a:

$$\begin{bmatrix} -\epsilon_{r1}k_o^2 & j\epsilon_{r2}k_o^2 & 0 \\ -j\epsilon_{r2}k_o^2 & k_x^2 - \epsilon_{r1}k_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & k_x^2 - \epsilon_{r1}k_o^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.25)$$

Imponendo l'annullamento del determinante dei coefficienti, l'equazione di Appleton-Hartree si riduce a:

$$(k_x^2 - \epsilon_{r1}k_o^2)[(k_x^2 - \epsilon_{r1}k_o^2)\epsilon_{r1}k_o^2 + \epsilon_{r2}^2k_o^4] = 0 \quad (5.26)$$

Escludendo soluzioni banali, dovrà annullarsi il fattore tra parentesi quadra. Quindi dovrà essere:

$$k_x = \sqrt{\frac{\epsilon_{r1}^2 - \epsilon_{r2}^2}{\epsilon_{r1}}} k_o \quad (5.27)$$

Ne deriva:

$$-\epsilon_{r1}k_o^2 E_{ox} + j\epsilon_{r2}k_o^2 E_{oy} = 0 \quad (5.28)$$

La 5.28 dà una soluzione con $E_{ox} \neq 0$. L'onda, quindi, non sarà una TEM, ma avrà una polarizzazione ellittica con:

$$\frac{E_{ox}}{E_{oy}} = j \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \quad (5.29)$$

Questa soluzione è detta onda straordinaria.

3. Direzione di propagazione parallela a $\mathbf{B}_s$,
polarizzazione del campo elettrico perpendicolare a $\mathbf{B}_s$.

Si ha:

$$\mathbf{k} = k_z \mathbf{z}_o$$

$$\mathbf{E}_o = E_{ox} \mathbf{x}_o + E_{oy} \mathbf{y}_o$$

$$E_{oz} = 0$$

La 5.20 si riduce stavolta a:

$$\begin{bmatrix} k_z^2 - \epsilon_{r1}k_o^2 & j\epsilon_{r2}k_o^2 & 0 \\ -j\epsilon_{r2}k_o^2 & k_z^2 - \epsilon_{r1}k_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon_{r1}k_o^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.30)$$

L'equazione di Appleton-Hartree ammette in questo caso due soluzioni, date da:

$$k_z = k_1 = k_o \sqrt{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}} = k_o \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c)}} \quad (5.31)$$

$$k_z = k_2 = k_o \sqrt{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} = k_o \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)}} \quad (5.32)$$

Le soluzioni 5.31 e 5.32 corrispondono ad onde polarizzate circolarmente. In particolare:

$$\begin{aligned} E_{oy} &= jE_{ox} & \text{per } k_z = k_1 \\ E_{oy} &= -jE_{ox} & \text{per } k_z = k_2 \end{aligned} \quad (5.33)$$

La costante di fase è diversa a seconda che il verso della polarizzazione circolare sia concorde o discorde con la rotazione elettronica dovuta al campo statico $\mathbf{B}_s$. La presenza di due diverse costanti di fase per due polarizzazioni circolari di verso opposto produce il cosiddetto effetto Faraday. Se si propaga un'onda piana polarizzata linearmente, è possibile decomporla in due onde polarizzate circolarmente di uguale ampiezza e verso opposto. Poichè le due onde subiscono diversi effetti di fase durante la propagazione, la loro combinazione produrrà sempre un'onda polarizzata linearmente, ma la direzione di polarizzazione ruoterà di un angolo proporzionale alla distanza percorsa. In particolare, dopo un percorso pari a Δl nella direzione dell'asse z , si avrà una rotazione di polarizzazione $\Delta\Phi$ pari a:

$$\Delta\Phi = \pm \frac{(k_2 - k_1)\Delta l}{2} \quad (5.34)$$

Il ritardo di fase $\Delta\phi$ sarà:

$$\Delta\phi = \frac{(k_2 + k_1)\Delta l}{2} \quad (5.35)$$

Per la dimostrazione delle 5.34 e 5.35 si rimanda all' Appendice A.

5.3 La riflessione ionosferica

Come richiamato nell'introduzione, la ionosfera può introdurre un effetto riflettente sulle onde elettromagnetiche. Questa proprietà è stata molto usata in passato, ed in parte ancora oggi, nelle telecomunicazioni a grande distanza, specialmente intercontinentali. Lo studio dell'effetto riflettente, e la determinazione delle condizioni in cui può verificarsi, possono essere sviluppati nell'ipotesi semplice di onda ordinaria. Il campo magnetico terrestre, infatti, ha un'influenza limitata su questo tipo di problema.

5.3.1 Onde HF con incidenza verticale

Supponiamo, inizialmente, che l'onda si propaghi in direzione verticale. Tenendo conto delle 5.24 e 5.21 la costante di propagazione sarà data da:

$$k_x = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}} \cdot k_o \quad (5.36)$$

Nella banda HF, molto usata nei collegamenti che utilizzano la riflessione ionosferica, si può porre:

$$\omega^2 \gg \omega_c^2 \quad (5.37)$$

$$k_x \simeq \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \cdot k_o \quad (5.38)$$

Come conseguenza della 5.38, quando $\omega < \omega_p$, la costante di propagazione diventa immaginaria. In queste condizioni, non si può più avere propagazione verso l'alto, e l'onda viene riflessa verso il basso. Il parametro ω_p , in base alla 5.6, è proporzionale alla radice quadrata di N . Pertanto avrà, in funzione della quota, un andamento del tipo indicato in Figura 5.2.

In corrispondenza al massimo di N si avrà il massimo di ω_p , che indicheremo con ω_{pmax} . Se è $\omega < \omega_{pmax}$ si avrà propagazione fino alla quota h_M in cui diventa $\omega_p = \omega$, dopodichè l'onda viene riflessa verso il basso. Se, invece, è $\omega > \omega_{pmax}$, l'onda attraversa la ionosfera senza essere riflessa. Va notato che la ϵ_{r1} è minore di 1, e che, ad una data frequenza, ha un minimo alla quota a cui $\omega_p = \omega_{pmax}$.

5.3.2 Onde HF con incidenza obliqua

La situazione che interessa dal punto di vista delle telecomunicazioni è quella di incidenza obliqua (Figura 5.3).

Per studiare il problema, è utile definire un indice di rifrazione ionosferico n_1 dato da:

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_{r1}} \simeq \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} \quad (5.39)$$

n_1 avrà un valore n_{1o} prossimo a 1 nella parte bassa della ionosfera, poi andrà gradualmente decrescendo fino a raggiungere un minimo alla quota per cui $\omega_p = \omega_{pmax}$. Supponiamo (Figura 5.3) che un'onda raggiunga la ionosfera con un angolo di incidenza iniziale ψ_i . Analogamente al caso della troposfera, l'indice di rifrazione decresce con la quota, per cui il raggio si incurverà verso il basso.

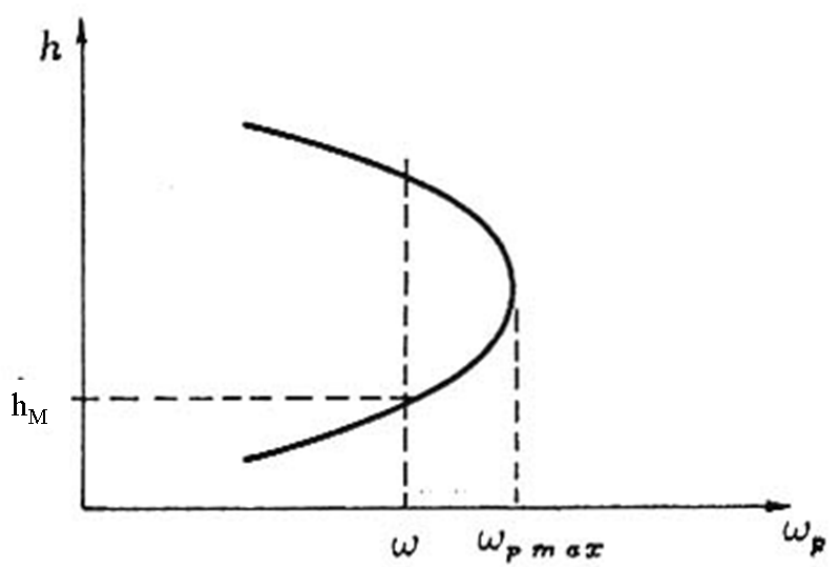


Figura 5.2

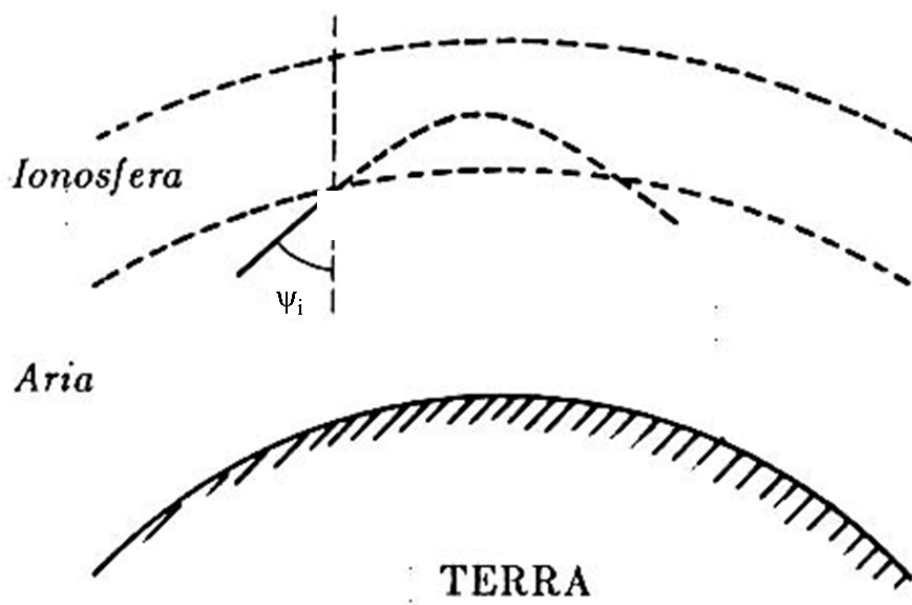


Figura 5.3

Sarà possibile avere riflessione alla quota per cui si raggiunge tangente orizzontale. Applicando la legge di Snell, si ottiene il valore di n_1 a tale quota, che sarà dato da:

$$n_{1o} \sin \psi_i = n_1 \sin \frac{\pi}{2} \quad (5.40)$$

Tenendo conto della 5.39 dovrà essere:

$$\sin \psi_i = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} \quad (5.41)$$

ovvero:

$$\cos \psi_i = \frac{\omega_p}{\omega} \quad (5.42)$$

Perchè si abbia riflessione, è necessario che la tangente orizzontale sia raggiunta ad una quota per cui $\omega_p < \omega_{pmax}$. Dovrà essere allora:

$$\omega_{pmax} > \omega \cos \psi_i \quad (5.43)$$

La 5.43 fissa la frequenza massima per cui si possono avere riflessioni per un dato ψ_i . Si definisce la maximum usable frequency MUF, il cui valore sarà dato da:

$$MUF = \frac{\omega_{pmax}}{2\pi \cos \psi_i} \quad (5.44)$$

Se la frequenza è maggiore della MUF non si ha riflessione, e l'onda passa attraverso la ionosfera.

Supponiamo ora che la 5.43 sia verificata. Con riferimento alla Figura 5.4, si definisce altezza virtuale h_v la quota del punto di intersezione dei prolungamenti rettilinei delle direzioni di incidenza e di riflessione.

h_v dipende dalla frequenza e dalla stratificazione ionosferica, mentre dipende poco dall'angolo di incidenza. Ciò significa che si può ragionare come se fosse presente uno specchio a quota h_v . Questa proprietà trova applicazione nella soluzione di due problemi fondamentali.

1. Determinazione della massima distanza raggiungibile.

La massima distanza raggiungibile, d_{max} è quella che corrisponde ad angolo di elevazione nullo (Figura 5.5).

Si ha:

$$\frac{d_{max}}{2} \simeq \sqrt{(R_e + h_v)^2 - R_e^2} \simeq \sqrt{2h_v R_e} \quad (5.45)$$

Per collegamenti con distanze maggiori si può utilizzare il cosiddetto doppio salto, con due riflessioni sulla ionosfera e una sulla superficie terrestre (Figura 5.6). Si hanno maggiori perdite, ma il collegamento è ancora possibile.

2. Calcolo dell'angolo di elevazione in funzione della distanza.

Con riferimento alla Figura 5.7 si avrà:

$$\phi = \frac{d}{2R_e} \quad (5.46)$$

(ϕ è la latitudine).

$$\frac{R_e + h_v}{\sin(\pi/2 + \theta)} = \frac{R_e}{\sin \psi} \quad (5.47)$$

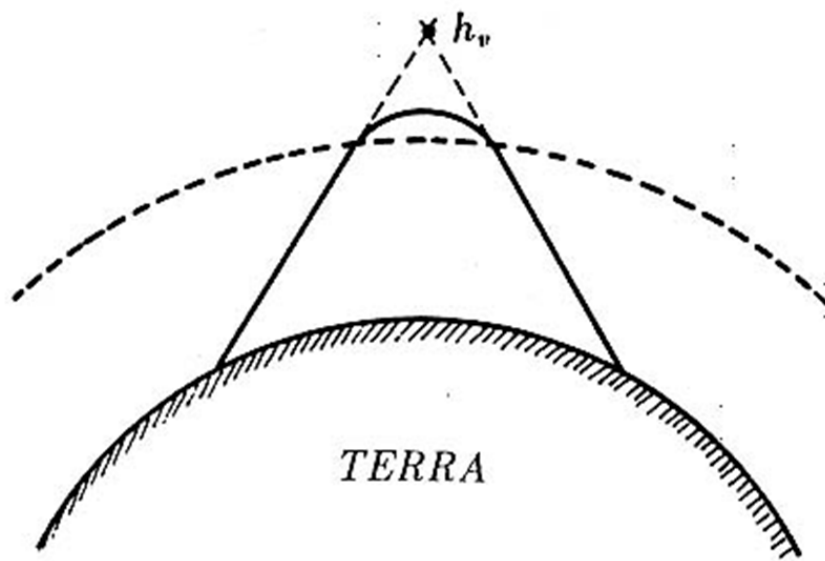


Figura 5.4

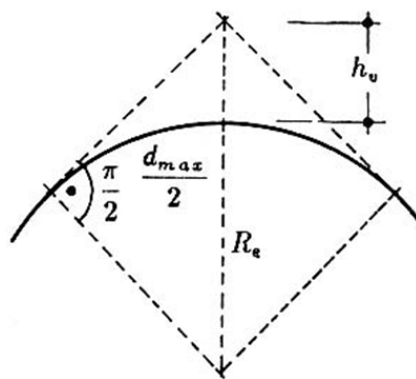


Figura 5.5

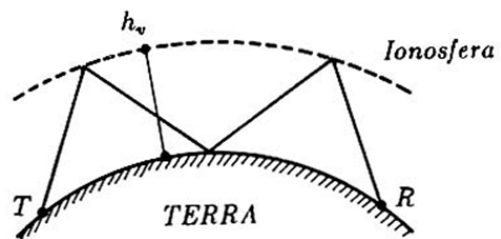


Figura 5.6

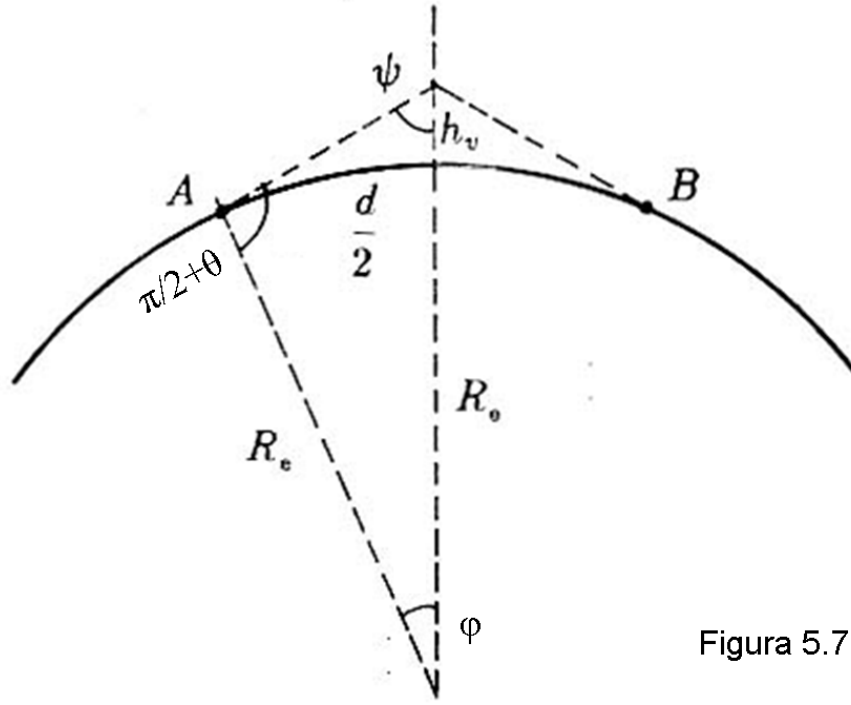


Figura 5.7

$$\sin(\pi/2 + \theta) = \sin(\psi + \phi) \quad (5.48)$$

$$1 + \frac{h_v}{R_e} = \frac{\sin(\psi + \phi)}{\sin \psi} = \sin \phi \cot \psi + \cos \phi \quad (5.49)$$

$$\cot \psi = \frac{1}{\sin \phi} \left(1 + \frac{h_v}{R_e} - \cos \phi \right) \quad (5.50)$$

Infine:

$$\theta = \pi - (\phi + \psi) - \pi/2 = \pi/2 - (\phi + \psi) \quad (5.51)$$

Per stabilire il collegamento tra i punti A e B occorre puntare le antenne in modo che i lobi principali formino un angolo θ con l'orizzonte locale.

5.3.3 Basse frequenze

Per frequenze al di sotto della banda HF, non è più legittimo trascurare le perdite. Di conseguenza, la ϵ_{r1} e la costante di propagazione saranno complesse. A frequenze molto basse, si può avere $\nu \gg \omega$. In tal caso, trascurando ancora l'effetto del campo magnetico terrestre, dalla 5.8 si avrà:

$$\mathbf{J} = \frac{\omega_p^2 \epsilon_0}{\nu} \mathbf{E} = \sigma_I \mathbf{E} \quad (5.52)$$

Per frequenze molto basse (1 KHz e minori) la ionosfera ha caratteristiche simili a quelle di un mezzo conduttore di conducibilità $\sigma_I = (\omega_p^2 \epsilon_0)/\nu$. Valori tipici di σ_I sono $10^{-6} - 10^{-5}$ S/m. La propagazione, in questo caso, ha luogo in una zona di spazio delimitata da due mezzi, terra e ionosfera, ambedue approssimabili a mezzi conduttori. Una tale configurazione è geometricamente analoga ad una guida d'onda e può, pertanto, essere studiata usando un modello propagativo simile a quello delle guide d'onda.

I sistemi utilizzanti frequenze molto basse (~ 1 KHz) hanno grosse limitazioni: basso guadagno delle antenne, stretta banda trasmissiva. Tuttavia, per alcune applicazioni, come gli aiuti alla navigazione, tali limitazioni sono tollerabili, mentre è prioritaria l'esigenza di alta affidabilità, che è garantita in questo tipo di propagazione. Per questi motivi, questi sistemi hanno avuto impiego per molti decenni. Oggi sono in disuso, in quanto superati dalle telecomunicazioni via satellite.

5.4 Collegamenti attraverso la ionosfera

5.4.1 Depolarizzazione

Per i collegamenti spaziali che attraversano la ionosfera, se utilizzano la polarizzazione lineare, il problema fondamentale è quello della depolarizzazione per effetto Faraday, specialmente per frequenze fino a 1-2 GHz. La teoria alla base di questo effetto è stata trattata nel paragrafo 5.2, limitatamente al caso particolare di direzione di propagazione $\mathbf{k}$ parallela al campo magnetico terrestre $\mathbf{B}_s$ (caso 3). In assenza di questa condizione, sarebbe necessario tornare all'equazione di Appleton-Hartree completa. Se tuttavia $\mathbf{k}$ e $\mathbf{B}_s$, pur non essendo paralleli, formano un angolo α piccolo, si può usare una trattazione approssimata. Si studia il problema applicando le formule del caso 3 del paragrafo 5.2 sostituendo $B_s \cos \alpha$ al posto di B_s . Dalle 5.31 e 5.32 si avrà:

$$k_z = k_1 = k_o \sqrt{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}} = k_o \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c \cos \alpha)}} \quad (5.53)$$

$$k_z = k_2 = k_o \sqrt{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} = k_o \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c \cos \alpha)}} \quad (5.54)$$

Generalmente, nei sistemi spaziali, si ha $\omega_p \ll \omega$. Le 5.53 e 5.54 possono quindi essere approssimate come segue:

$$k_1 \simeq k_o \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c \cos \alpha)} \right] \quad (5.55)$$

$$k_2 \simeq k_o \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c \cos \alpha)} \right] \quad (5.56)$$

Si ha quindi, per la 5.34:

$$\Delta\Phi = \pm \frac{(k_2 - k_1)\Delta l}{2} = \pm \frac{k_o \Delta l}{4} \cdot \frac{\omega_p^2(-2\omega_c \cos \alpha)}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2 \cos^2 \alpha)} \simeq \pm \frac{k_o \Delta l}{2} \cdot \frac{\omega_p^2 \omega_c \cos \alpha}{\omega^3} \quad (5.57)$$

In un collegamento spaziale occorre tener conto di due ulteriori problemi.

- La direzione di propagazione è inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale.
- La ionosfera si estende tra una quota minima h_1 e una quota massima h_2 con concentrazione elettronica $N(h)$ non uniforme (e, quindi, ω_p non uniforme).

La rotazione totale del piano di polarizzazione sarà allora data da (Figura 5.8):

$$\Delta\Phi \simeq \pm \frac{k_o}{2} \cdot \frac{\omega_c \cos \alpha}{\omega^3 \sin \theta} \int_{h_1}^{h_2} \omega_p^2 dh \quad (5.58)$$

Tenendo conto delle 5.6 e 5.7 si avrà

$$\Delta\Phi \simeq \pm \frac{k_o}{2} \cdot \frac{eB_s}{m} \cdot \frac{e^2}{\epsilon_o m \omega^3} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \theta} \int_{h_1}^{h_2} N(h) dh \quad (5.59)$$

Ponendo:

$$C = \frac{e^3 B_s}{8c_o \epsilon_o m^2 \pi^2} \quad (5.60)$$

(c_o è la velocità di propagazione nel vuoto) si ha:

$$\Delta\Phi \simeq \pm \frac{C}{f^2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \theta} \int_{h_1}^{h_2} N(h) dh = \pm \frac{C}{f^2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \theta} \cdot TEC \quad (5.61)$$

L'espressione integrale dà il numero complessivo di elettroni per unità di sezione trasversa orizzontale (m^{-2}). Viene indicata con la sigla *TEC* (Total Electronic Content). Quindi, la rotazione del piano di polarizzazione è inversamente proporzionale al quadrato della frequenza e, naturalmente, aumenta all'aumentare del *TEC*. Andamenti tipici di $|\Delta\Phi|$ in funzione della frequenza sono mostrati in Figura 5.9.

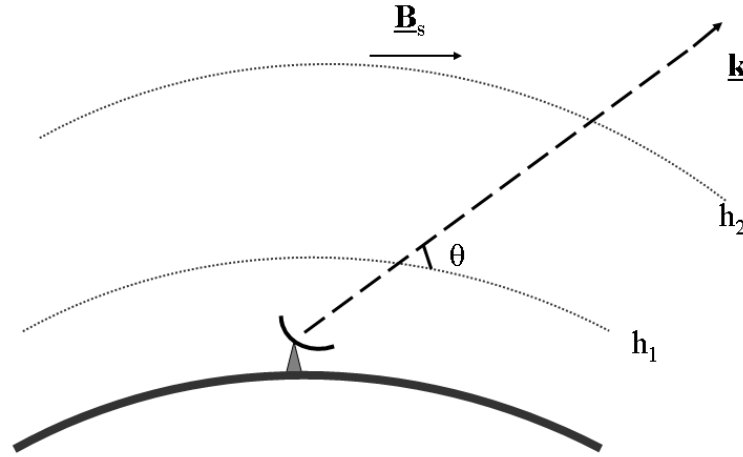


Figura 5.8

5.4.2 Attenuazione e scintillazioni

L'espressione della ϵ_{r1} data dalla 5.21 trascura le perdite. Qualora si tenga conto dei pur deboli fenomeni di perdita, occorrerà usare la seguente forma completa, derivata dalla 5.2:

$$\epsilon_{r1} = 1 - \frac{\omega_p^2(1 - j\nu/\omega)}{\omega^2 - \omega_c^2 - \nu^2 - 2j\omega\nu} \quad (5.62)$$

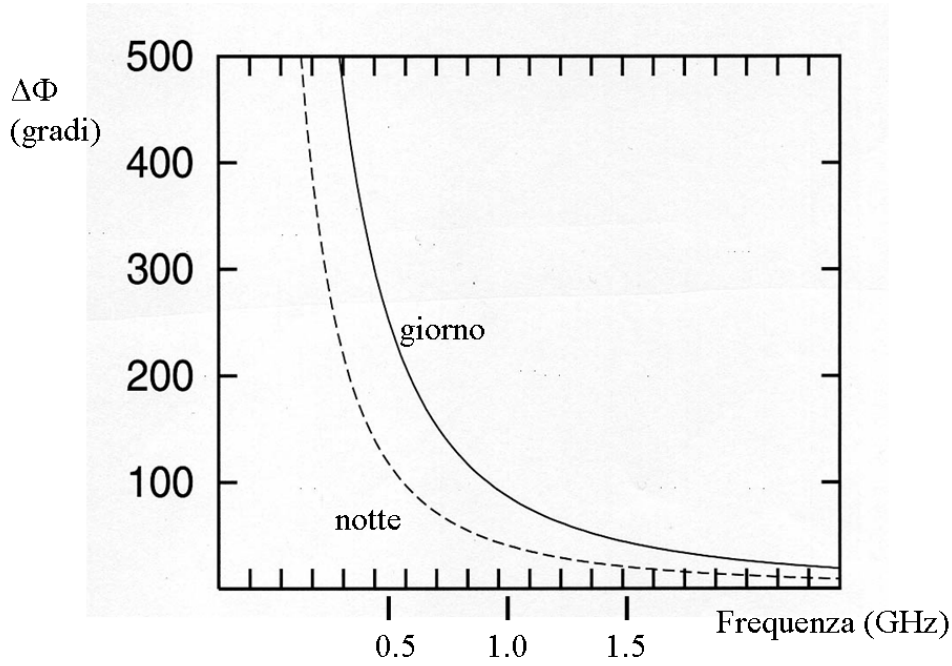


Figura 5.9

La costante di propagazione sarà complessa:

$$k = k_0 \sqrt{\epsilon_{r1}} = \beta - j\alpha \quad (5.63)$$

Supponendo di avere $\omega \gg \omega_p$, $\omega \gg \omega_c$, $\omega \gg \nu$ si avrà, per il coefficiente di attenuazione (attenuazione per unità di lunghezza, in neper/m):

$$\alpha \simeq \frac{1}{2c_0} \cdot \frac{\omega_p^2 \nu}{\omega^2} \quad (5.64)$$

(c_0 è la velocità di propagazione nel vuoto). Con un procedimento simile a quello sviluppato nel paragrafo precedente per stimare l'effetto di depolarizzazione, è stato dimostrato che l'attenuazione totale A , per un cammino che attraversa la ionosfera, può essere approssimata dalla seguente espressione:

$$A \simeq \frac{C'}{f^2} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \int_{h_1}^{h_2} N(h) \nu(h) dh \quad (5.65)$$

L'attenuazione è debole alle microonde. Può avere rilevanza per alcuni servizi spaziali che operano in VHF e UHF.

Analogamente alla troposfera, anche la ionosfera può produrre scintillazioni. Sono causate da variazioni a breve termine della concentrazione elettronica N . Si hanno:

- scintillazioni d'ampiezza;
- scintillazioni dovute a rapide variazioni angolari della direzione del raggio elettromagnetico;
- scintillazioni di fase.

I primi due effetti sono inversamente proporzionali al quadrato della frequenza, mentre il terzo è inversamente proporzionale alla frequenza. Le scintillazioni ionosferiche possono essere intense (fino a ~ 30 dB) per frequenze minori di ~ 100 MHz.

Capitolo 6

Il rumore

6.1 Richiami e definizioni

Sia dato un elemento resistivo, di resistenza R , connesso ad una rete passiva attraverso un filtro passa-banda ideale (Figura 6.1).

Sia Δf la larghezza di banda e Z_{in} l'impedenza d'ingresso della rete passiva. In condizioni di massimo trasferimento di potenza ($Z_{in} = R$) la potenza di rumore che l'elemento resistivo trasmette alla rete è data da:

$$W_R = kT_o\Delta f \quad (6.1)$$

k è la costante di Boltzmann e T_o è la temperatura (K) dell'elemento resistivo. Supponiamo ora che all'ingresso della rete passiva sia presente un amplificatore di guadagno G che riceve in ingresso un segnale utile di potenza W_{si} e rumore di potenza $kT_o\Delta f$ (Figura 6.2). In uscita si avrà:

- segnale utile con potenza $G \cdot W_{si}$;
- rumore con potenza $G \cdot kT_o\Delta f + W_n$.

W_n è la potenza di rumore aggiunta dall'amplificatore. Si definisce fattore di rumore F il rapporto tra il rapporto segnale/rumore in ingresso e quello in uscita:

$$F = \frac{W_{si}/(kT_o\Delta f)}{G \cdot W_{si}/(G \cdot kT_o\Delta f + W_n)} = 1 + \frac{W_n}{G \cdot kT_o\Delta f} \quad (6.2)$$

Quindi si ha:

$$W_n = G(F - 1) \cdot kT_o\Delta f \quad (6.3)$$

L'effetto del rumore introdotto dall'amplificatore è equivalente a quello di un aumento ΔT della temperatura dell'elemento resistivo all'ingresso pari a:

$$\Delta T = (F - 1)T_o \quad (6.4)$$

Il rumore di uscita è uguale a quello che si avrebbe se l'amplificatore fosse non rumoroso, ma la temperatura della resistenza d'ingresso fosse portata al valore:

$$T_s = T_o + \Delta T \quad (6.5)$$

Consideriamo ora un'antenna connessa ad un ricevitore (Figura 6.3) assumendo valida, per semplicità, l'ipotesi di massimo trasferimento di potenza. La potenza di rumore W_R che sarà trasmessa al ricevitore sarà dovuta a:

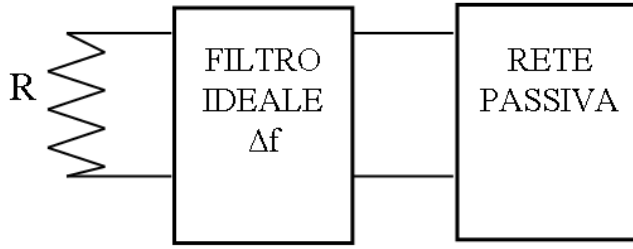


Figura 6.1

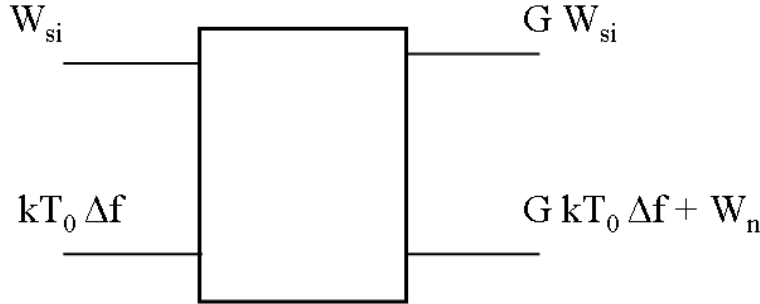


Figura 6.2

- agitazione termica nei conduttori che costituiscono l'antenna;
- radiazione proveniente dall'esterno, dovuta ad emissione da parte dei mezzi naturali circostanti.

Si definisce temperatura d'antenna T_A :

$$T_A = \frac{W_R}{k\Delta f} \quad (6.6)$$

T_A è la temperatura a cui dovrebbe essere portata la resistenza interna dell'antenna, in assenza di sorgenti esterne, per inviare al ricevitore la stessa potenza W_R , che include anche gli effetti delle sorgenti esterne.

Nei capitoli precedenti si è visto che l'atmosfera, le idrometeore, le superfici terrestre e marina interagiscono con le onde elettromagnetiche, producendo numerosi effetti, tra cui assorbimento. Per il principio di conservazione dell'energia, tanto più i mezzi assorbono potenza elettromagnetica su di essi incidente, quanto più, in assenza di onde incidenti, emettono spontaneamente. C'è un legame tra proprietà di assorbimento e proprietà di emissione che sarà meglio precisato nel seguito.

Prima di tutto supponiamo di avere (Fig. 6.4) un'antenna ricevente con mezzi emissivi intorno ad essa. Consideriamo una superficie sferica di raggio r centrata nell'antenna. Dato un elemento dA di tale superficie, l'emissione di tale elemento sarà espressa dalla brillanza:

$$I = \frac{dW}{dA \cdot d\Omega' \cdot df} \quad (6.7)$$

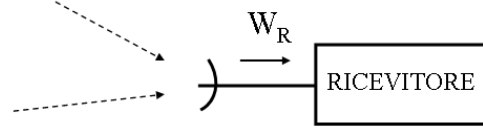


Figura 6.3

I è in $[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{sterad} \cdot \text{Hz})]$.

dW è la potenza emessa in un angolo solido elementare $d\Omega'$, nell'intervallo di frequenza df . La brillantezza dipenderà dalle proprietà della superficie emittente e dalla direzione in cui l'emissione viene considerata. Consideriamo, in particolare, la direzione della congiungente l'elemento dA con l'antenna e l'angolo solido elementare $d\Omega'$ centrato su di essa. La densità di potenza per unità di angolo solido emessa verso l'antenna sarà:

$$dP = \frac{dW}{d\Omega'} = IdA df \quad (6.8)$$

dP è in $[\text{W}/\text{sterad}]$.

Sia dA' l'elemento di superficie sferica di raggio r , centrata nel centro di dA e sottesa da $d\Omega'$. Sia $d\Omega$ l'angolo che sottende dA dall'antenna. Si ha:

$$\frac{dA}{d\Omega} = r^2 = \frac{dA'}{d\Omega'} \quad (6.9)$$

La densità di potenza per unità di superficie incidente sull'antenna sarà:

$$d\mathcal{P} = dP \frac{d\Omega'}{dA'} = dP \frac{d\Omega}{dA} = I \cdot d\Omega \cdot df \quad (6.10)$$

$d\mathcal{P}$ è espressa in $[\text{W}/\text{m}^2]$.

Ricordiamo a questo punto le seguenti definizioni e relazioni sulle antenne.

- Area equivalente $[\text{m}^2]$:

$$A_e = \frac{W_R}{\mathcal{P}} \quad (6.11)$$

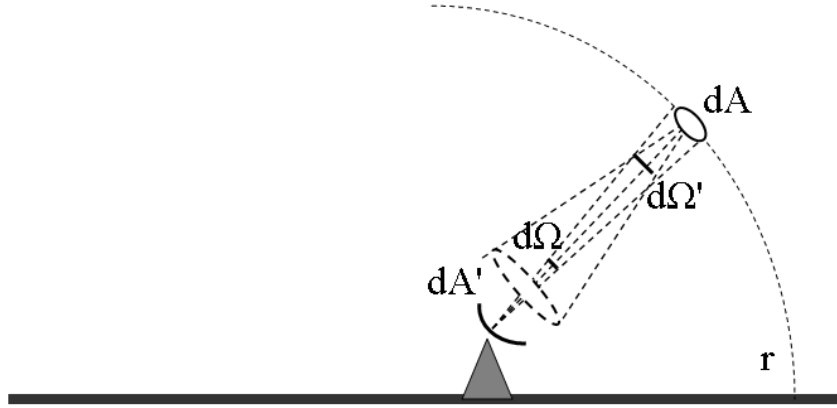


Figura 6.4

- Relazione tra area equivalente e direttività D :

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D \quad (6.12)$$

Tornando al contesto mostrato in Fig. 6.4, la potenza ricevuta dall'antenna [W] sarà:

$$dW_R = \frac{1}{2} A_e \cdot I d\Omega \cdot df \quad (6.13)$$

Il fattore $1/2$ è presente perchè ogni antenna ha una propria polarizzazione caratteristica (es. verticale, orizzontale, circolare destra, circolare sinistra, ecc.) mentre la radiazione incoerente emessa dallo spazio circostante conterrà sia la polarizzazione caratteristica che quella ad essa ortogonale.

La potenza che l'antenna riceve da tutto lo spazio circostante sarà ottenuta integrando i contributi ricevuti da tutte le direzioni. Si prenda un sistema di coordinate sferiche centrato nell'antenna. Ciascuna direzione sarà individuata da una coppia di coordinate angolari sferiche ψ e ϕ . Da ogni direzione proverrà verso l'antenna radiazione caratterizzata da una brillantezza $I(\psi, \phi)$. La potenza totale ricevuta sarà allora:

$$W_R = \frac{1}{2} \int_{f_1}^{f_2} \int_0^{4\pi} I(\psi, \phi, f) A_e(\psi, \phi, f) d\Omega df \quad (6.14)$$

f_1 ed f_2 sono gli estremi della banda di frequenza del ricevitore a cui l'antenna è connessa.

La legge di Planck fissa un limite massimo per la $I(\psi, \phi, f)$ ad una data temperatura T . Tale limite è dato da:

$$I_N(\psi, \phi, f) = \frac{2hf^3}{c^2} \left[\frac{1}{\exp(hf/kT) - 1} \right] \quad (6.15)$$

h è la costante di Planck, c è la velocità di propagazione. Il limite massimo fissato dalla 6.15 corrisponde all'emissione del corpo nero. Alle frequenze delle microonde (o inferiori) è applicabile l'approssimazione di Rayleigh-Jeans:

$$\exp(hf/kT) \simeq 1 + \frac{hf}{kT} \quad (6.16)$$

Si ha allora:

$$I_N(\psi, \phi, f) \simeq \frac{2kTf^2}{c^2} = \frac{2k}{\lambda^2} T \quad (6.17)$$

Per una superficie generica diversa dal corpo nero si ha:

$$I(\psi, \phi, f) = \frac{2k}{\lambda^2} T e(\psi, \phi, f) \quad (6.18)$$

Il parametro $e(\psi, \phi, f)$ è detto emissività. L'emissività è uguale ad 1 per il corpo nero, mentre è minore di 1 per una superficie generica.

Si definisce temperatura di brillantezza:

$$T_B(\psi, \phi, f) = \frac{\lambda^2}{2k} I(\psi, \phi, f) = T e(\psi, \phi, f) \quad (6.19)$$

Può essere interpretata come la temperatura a cui dovrebbe essere portato il corpo nero per emettere la stessa brillantezza della superficie generica.

Torniamo ora a considerare la potenza ricevuta dall'antenna. Tenendo conto della definizione data precedentemente, dalla 6.14 si ha:

$$W_R = \frac{1}{2} \int_{f_1}^{f_2} \int_0^{4\pi} \frac{2k}{\lambda^2} T_B(\psi, \phi, f) A_e(\psi, \phi, f) d\Omega df = \frac{k}{4\pi} \int_{f_1}^{f_2} \int_0^{4\pi} T_B(\psi, \phi, f) D(\psi, \phi, f) d\Omega df \quad (6.20)$$

La temperatura d'antenna, tenendo conto della definizione 6.6 e della 6.20 sarà data da:

$$T_A = \frac{W_R}{k\Delta f} = \frac{1}{4\pi\Delta f} \int_{f_1}^{f_2} \int_0^{4\pi} T_B(\psi, \phi, f) D(\psi, \phi, f) d\Omega df \quad (6.21)$$

È possibile verificare un risultato che potrebbe essere ottenuto direttamente con semplici considerazioni termodinamiche. Supponiamo di avere un'antenna interamente circondata da un corpo nero a temperatura T_o (Figura 6.5).

Supponendo che la direttività sia costante nell'intervallo di frequenza tra f_1 e f_2 e tenendo conto che:

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} D(\psi, \phi) d\Omega = 1 \quad (6.22)$$

si ottiene:

$$T_A = T_o \quad (6.23)$$

Tornando alla 6.21, si nota come, per ogni direzione individuata da ψ e ϕ , il contributo al rumore ricevuto sarà dovuto al prodotto di due fattori (Figura 6.6):

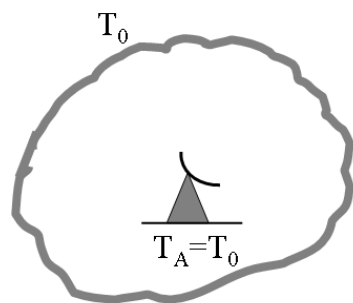


Figura 6.5

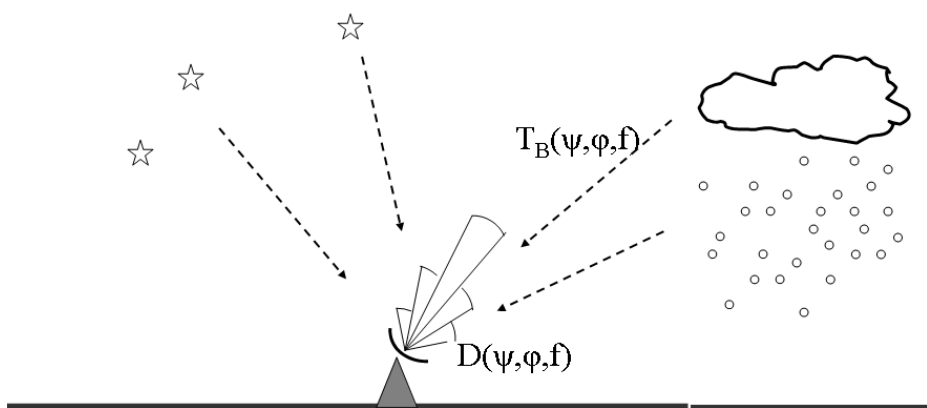


Figura 6.6

- $T_B(\psi, \phi, f)$, che dipende solo dal mezzo circostante;
- $D(\psi, \phi, f)$, che dipende solo dall'antenna.

Se l'antenna è molto direttiva e con bassi lobi laterali, si può ipotizzare che riceva potenza soltanto nel ristretto intervallo angolare corrispondente al lobo principale. Assumendo che all'interno di tale intervallo si abbia una temperatura di brillantezza costante $T_B = T_{BM}$, dalla 6.21 si avrà:

$$T_A \simeq T_{BM} \quad (6.24)$$

6.2 L'emissione

L'emissione da parte dei mezzi naturali è regolata da due leggi fondamentali.

1. La legge di Planck, già richiamata, fissa il limite massimo di brillantezza ad una data temperatura e a una data frequenza.
2. La legge di conservazione dell'energia indica l'esistenza di una proporzionalità tra attitudine di una superficie ad emettere spontaneamente e attitudine della superficie stessa ad assorbire potenza elettromagnetica incidente dall'esterno.

Data un'onda di densità di potenza $\mathcal{P}_i$ [W/m²] incidente su di un mezzo (da una data direzione ψ, ϕ e per una data frequenza f), una parte $\mathcal{P}_a$ [W/m²] sarà assorbita dal mezzo stesso. Si definisce assorbività:

$$a(\psi, \phi, f) = \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_i} \quad (6.25)$$

Per il principio di conservazione dell'energia, si ha:

$$e(\psi, \phi, f) = a(\psi, \phi, f) \quad (6.26)$$

I casi estremi sono:

- Corpo nero: $e(\psi, \phi, f) = a(\psi, \phi, f) = 1$
- Specchio metallico di conducibilità infinita: $e(\psi, \phi, f) = a(\psi, \phi, f) = 0$

Saranno ora illustrati alcuni casi notevoli, che sono utili riferimenti per lo studio dell'emissione da mezzi naturali.

1. Semispazio illimitato con costante dielettrica (complessa) omogenea (Figura 6.7).

Si ha:

$$e(\psi, \phi, f) = a(\psi, \phi, f) = \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_i} = 1 - \frac{\mathcal{P}_r}{\mathcal{P}_i} = 1 - |q(\psi, \phi, f)|^2 \quad (6.27)$$

$\mathcal{P}_r$ è la densità di potenza riflessa in direzione speculare, mentre $q(\psi, \phi, f)$ è il coefficiente di riflessione, per il quale si rimanda a [2].

2. Lastra dielettrica dissipativa (Figura 6.8). In questo caso la densità di potenza incidente si suddivide in tre parti: assorbita ($\mathcal{P}_a$), riflessa ($\mathcal{P}_r$) e trasmessa nel semispazio opposto ($\mathcal{P}_t$). Si avrà:

$$e(\psi, \phi, f) = a(\psi, \phi, f) = 1 - \frac{\mathcal{P}_r + \mathcal{P}_t}{\mathcal{P}_i} \quad (6.28)$$

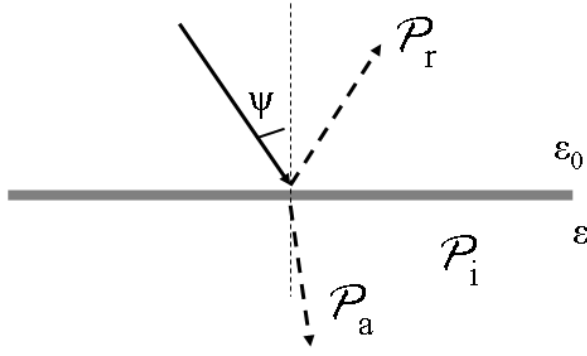


Figura 6.7

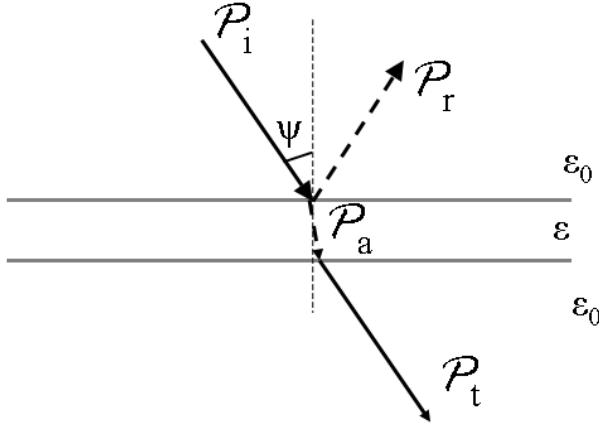


Figura 6.8

3. Strato di spessore L contenente elementi discreti dissipativi (Figura 6.9).

Si suddivide lo strato finito in strati elementari di spessore dz . Per ciascuno di essi l'assorbività, e quindi l'emissività, sarà data da $k_a \sec \psi dz$, dove k_a è il coefficiente di assorbimento. Consideriamo il caso generale in cui sia la temperatura che il coefficiente di assorbimento varino al variare della profondità z . La temperatura di brillantezza di un generico strato elementare sarà data da:

$$dT_B(z) = T(z)k_a(z) \sec \psi dz \quad (6.29)$$

Per calcolare la temperatura di brillantezza dello strato finito occorrerà integrare i contributi, tenendo anche conto che ciascuno di essi, prima di raggiungere l'estremo superiore, subisce attenuazione dovuta agli altri strati elementari. Si avrà, di conseguenza:

$$T_B(\psi) = \int_0^L T(z)k_a(z) \sec \psi \exp\left(\int_0^z -k_e(z') \sec \psi dz'\right) dz \quad (6.30)$$

$k_e(z')$ è il coefficiente di estinzione.

L'espressione 6.30 assume forme più semplici quando sono applicabili approssimazioni. Tra queste, sono spesso usate le seguenti.

- Strato uniforme: $T(z)$, $k_a(z)$ e $k_e(z)$ costanti rispetto a z .
Si ha:

$$T_B(\psi) = T \cdot \frac{k_a}{k_e} \cdot [1 - \exp(-k_e L \sec \psi)] \quad (6.31)$$

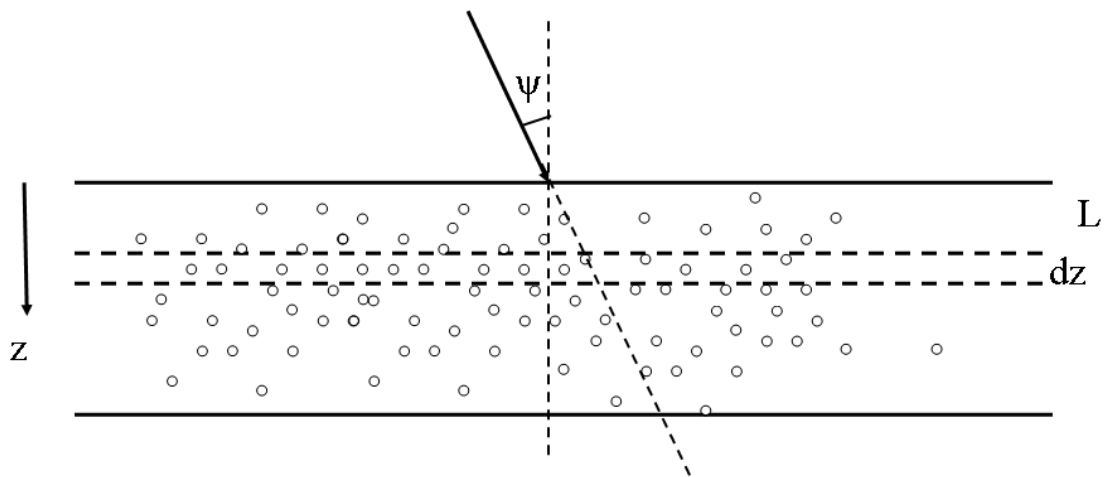


Figura 6.9

All'aumentare dello spessore dello strato (o di ψ) l'emissività tende a k_a/k_e .

- Strato uniforme in assenza di scattering: $k_e = k_a$.

Si ha:

$$T_B(\psi) = T \left[1 - \frac{1}{\exp(k_a L \sec \psi)} \right] = T \left(1 - \frac{1}{A} \right) \quad (6.32)$$

A è l'attenuazione totale introdotta dallo strato assorbente. In questo caso, all'aumentare di L (o di ψ) l'emissività tende ad 1, in quanto la potenza incidente tende ad essere interamente assorbita dagli elementi che riempiono lo strato.

6.3 Sorgenti di rumore celesti

Radiazione proviene dal cielo a causa di tre fondamentali sorgenti.

1. Emissione cosmica.

Consiste in una radiazione di fondo molto stabile e costante con la frequenza. La temperatura di brillantezza ad essa associata è $T_B \simeq 2.76$ K.

2. Emissione galattica.

Consiste in radiazione emessa dai gas interstellari presenti nelle galassie. La temperatura di

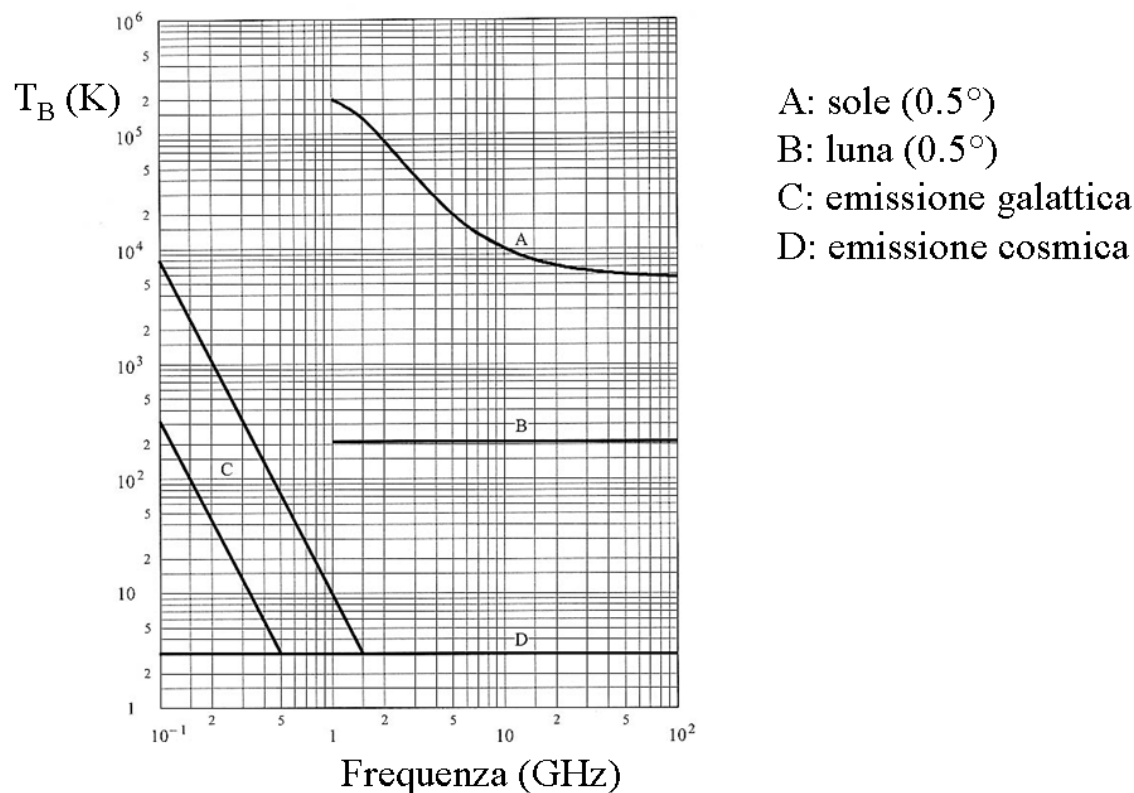


Figura 6.10

brillanza decresce con la frequenza come $f^{-2.6}$. L'emissione galattica è massima nella polarizzazione parallela al piano galattico (detto comunemente via lattea) mentre è minima nella polarizzazione ad essa ortogonale.

3. Emissione da sorgenti puntiformi.

Alcune sorgenti presenti nel cielo, come il sole, i pianeti e alcune stelle fortemente radiative verso la superficie terrestre (dette radiostelle), possono essere considerate puntiformi, a causa dell'elevata distanza. Tali sorgenti, per effetto della 6.21, producono un'apprezzabile aumento della temperatura d'antenna solo se viste all'interno del lobo principale. Le radiostelle più intense sono: Cassiopea, Cignus, Taurus, Virgo. L'emissione delle radiostelle decresce con la frequenza come $\sim f^{-1}$. Per dare un ordine di grandezza, è utile un esempio: un'antenna di 60 dB di guadagno, alla frequenza di 10 GHz, subisce un aumento di temperatura ΔT_A compreso tra 1 e 10 K se è presente una radiostella all'interno del lobo principale.

La Figura 6.10 mostra andamenti, in funzione della frequenza, della temperatura di brillanza dovuta a emissione galattica e cosmica. Sono anche mostrati i valori tipici di temperatura d'antenna dovuti al sole e al pianeta lunare, nell'ipotesi di osservarli con un'antenna avente un lobo di un'apertura pari a 0.5 gradi [9].

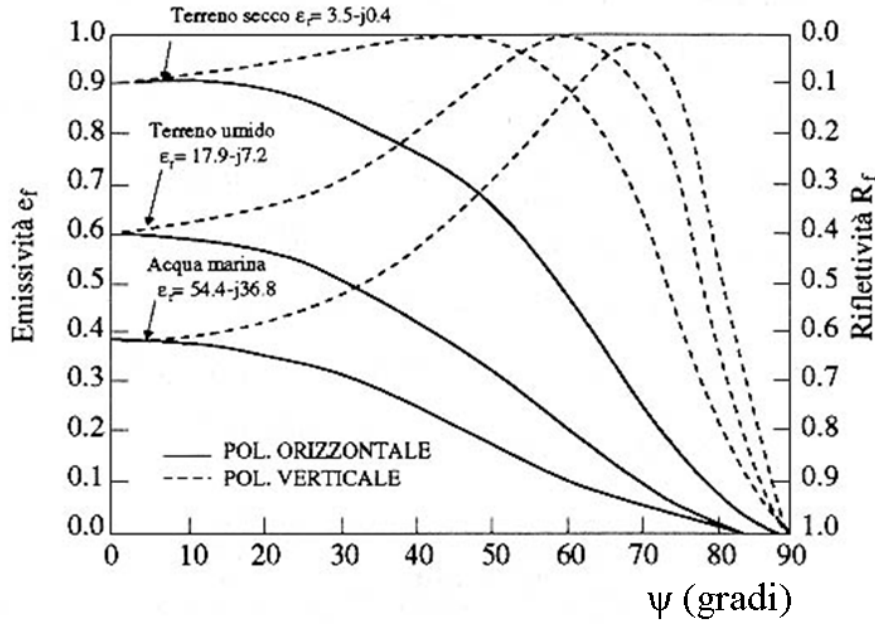


Figura 6.11

6.4 Sorgenti di rumore terrestri

6.4.1 Sorgenti naturali

L'emissione delle superfici terrestri e marina dipendono dalla frequenza, dalla direzione in cui è vista l'antenna, dalla polarizzazione e dalle proprietà dielettriche. La Figura 6.11, basata sulla teoria della riflessione da superfici lisce e il principio di conservazione dell'energia (formula 6.27), dà indicazioni sui processi che controllano l'emissione. Sono riportate l'emissività e (scala a sinistra) e la riflettività $R = |q(\psi, \phi, f)|^2$ (scala a destra) in funzione dell'angolo ψ (tra la direzione di emissione considerata e lo zenith). I calcoli sono stati effettuati per tre semispazi con interfaccia piana costituiti, rispettivamente, da terreno secco, terreno umido e acqua marina. alla frequenza di 10 GHz nelle polarizzazioni verticale (linea tratteggiata) e orizzontale (linea continua). La riflettività tende a 1 per $\psi \rightarrow 90^\circ$ in ambedue le polarizzazioni. Al decrescere di ψ la riflettività in polarizzazione orizzontale decresce monotonamente, mentre quella in polarizzazione verticale decresce fino a raggiungere un minimo (angolo di Brewster) e poi aumenta. Gli andamenti dell'emissività sono complementari rispetto a quelli della riflettività. Nel caso dell'acqua marina, caratterizzata da alti valori di costante dielettrica, l'emissività per $\psi \rightarrow 0$ tende a valori bassi, mentre per angoli alti la differenza tra le due polarizzazioni è molto pronunciata. Le curve relative al terreno mostrano che l'emissività è più alta se è secco, in ambedue le polarizzazioni.

La Fig. 6.11 è valida per superfici lisce. Nei casi reali la rugosità del terreno, o il moto ondoso, tendono a ridurre il disadattamento tra semispazio superiore (aria) e semispazio inferiore (terreno

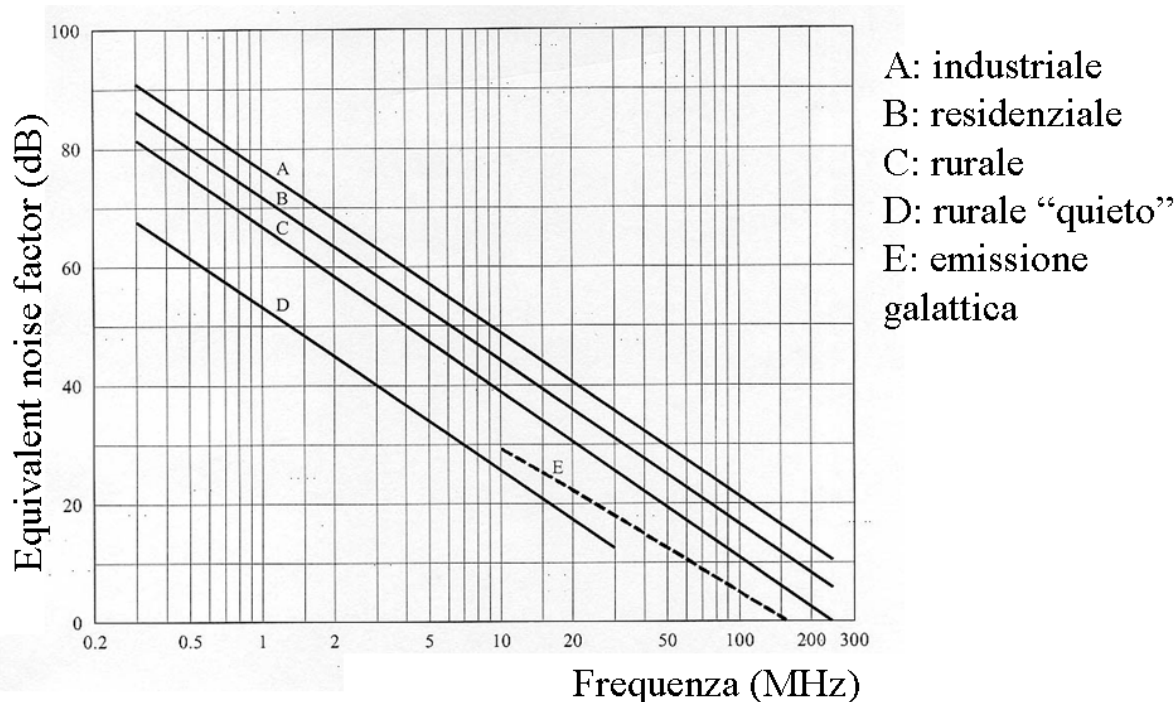


Figura 6.12

o mare) con conseguente diminuzione di riflettività, ovvero aumento di emissività, specialmente in polarizzazione orizzontale.

L'emissione dalla superficie è importante in due casi.

1. Nelle antenne per ponti-radio o telecomunicazioni via-satellite produce un aumento della temperatura d'antenna a causa dell'emissione ricevuta dai lobi laterali.
2. Nelle antenne montate su satellite la superficie terrestre si presenta come una sorgente di emissione, vista all'interno di un'angolo solido appartenente al lobo principale. Per queste applicazioni, in genere si attribuisce approssimativamente alla superficie terrestre una temperatura di brillantezza costante $T_B = 290$ K.

6.4.2 Sorgenti artificiali

Le attività umane producono un aumento della temperatura di antenne collocate in prossimità dei luoghi dove hanno sede. Particolarmente intensi sono gli effetti dovuti a motori con collettori, commutatori, relay, linee ad alta tensione, apparati medicali.

La Figura 6.12 [9] mostra l'andamento, in funzione della frequenza, dell' equivalent noise factor. Quest'ultimo è definito come il rapporto tra la temperatura di brillantezza misurata in zone di diversa urbanizzazione (e industrializzazione) e un riferimento pari a 290 K. È riportato, per riferimento, l'effetto del rumore galattico. Le sorgenti artificiali producono effetti che sono forti nelle bande HF

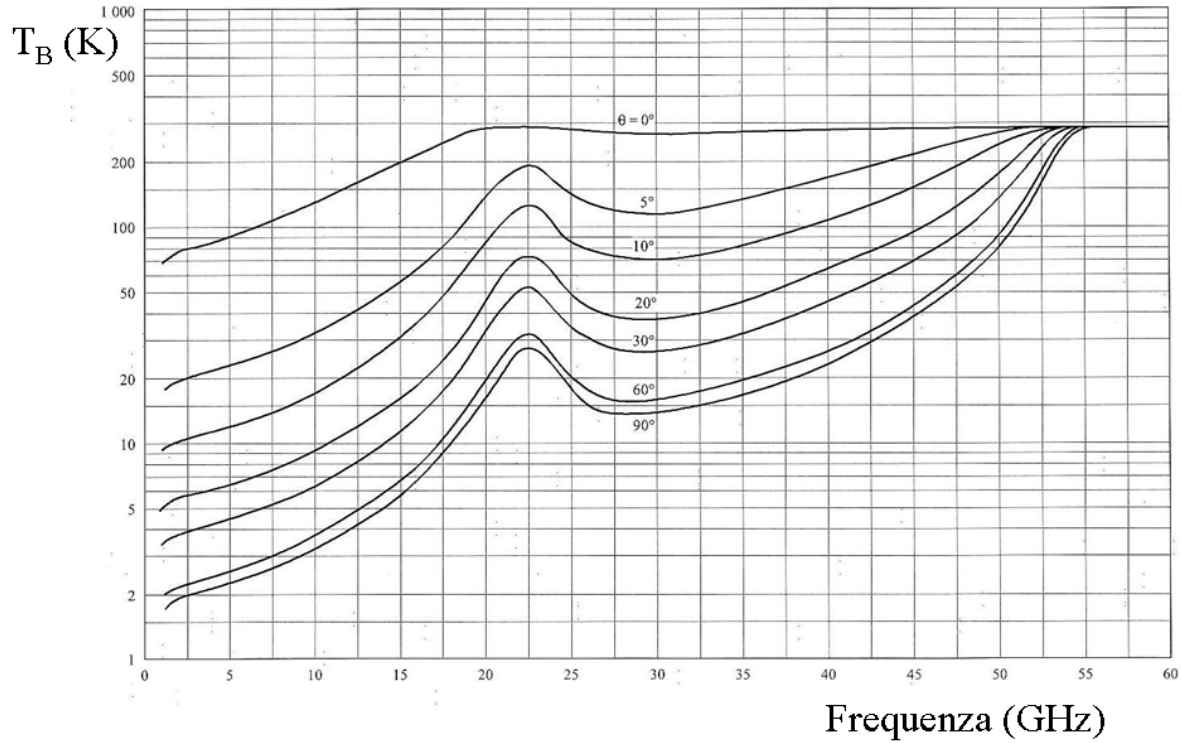


Figura 6.13

e VHF, ma decrescono fortemente all'aumentare della frequenza (si tenga conto che l'ordinata è in dB).

6.5 Sorgenti atmosferiche (aria chiara)

L'atmosfera, in assenza di idrometeore, può essere descritta come uno strato assorbente di altezza H con effetti di scattering trascurabili. Si può applicare lo schema di Fig. 6.9, con $k_e = k_a$. Per un'antenna puntata verso l'alto con un angolo ψ rispetto allo zenith si avrà, dalla 6.30:

$$T_B(\psi) = \int_0^H T(z) k_a(z) \sec \psi \exp \left(\int_0^z -k_a(z') \sec \psi dz' \right) dz \quad (6.33)$$

La Figura 6.13 [9] riporta l'andamento della temperatura di brillantezza in funzione della frequenza per condizioni medie di temperatura e pressione e per vari valori dell'angolo di elevazione θ ($\theta = \pi/2 - \psi$). Le ordinate sono in scala logaritmica. Si notano le seguenti proprietà.

- La temperatura di brillantezza aumenta al diminuire dell'angolo di elevazione, perchè aumenta la lunghezza della zona atmosferica che produce emissione.
- Si ritrovano i massimi in corrispondenza delle bande di assorbimento del vapor d'acqua e dell'ossigeno. Infatti, per il principio di conservazione dell'energia, alle frequenze in cui è alto l'assorbimento è alta anche l'emissione.

- All'aumentare dell'effetto assorbente/emissivo, essendo trascurabile lo scattering, l'emissività tende ad 1, per cui la T_B tende alla temperatura dell'atmosfera, in genere poco minore di 300 K.

6.6 Emissione dovuta a nubi e pioggia

L'emissione dovuta a nubi può essere trattata con un approccio simile a quello usato nel paragrafo precedente per l'aria chiara. Anche nelle nubi, infatti, lo scattering è trascurabile a microonde. Si può pertanto applicare la 6.33 intendendo con H lo spessore della nube. Per il calcolo di k_a sarà applicabile la 4.28.

Nel considerare gli effetti della pioggia, data la limitata estensione spaziale del fenomeno, si assume, in generale, che siano uniformi il coefficiente di estinzione e la temperatura. L'approssimazione di assenza di scattering non è rigorosamente valida, come già discusso nel paragrafo 5.3, almeno a frequenze maggiori di ~ 10 GHz. Tuttavia, per molte applicazioni, può essere accettabile anche una stima approssimata della temperatura di brillantezza dovuta a pioggia, per cui si applica la formula approssimata 6.32, valida in assenza di scattering.

La 6.32 consente di stimare il rumore dovuto a pioggia. Tuttavia, può essere interessante anche una sua applicazione inversa, cioè un utilizzo di misure della temperatura di brillantezza T_B per stimare l'attenuazione A . Esprimendo A in dB, la formula inversa ha la seguente forma:

$$A = 10 \log \left(\frac{T}{T - T_B} \right) \quad (6.34)$$

T è la temperatura delle gocce. Saranno descritti nel seguito gli strumenti usati per misurare la T_B , detti radiometri, e l'utilizzo della formula inversa 6.34.

Un radiometro è uno strumento costituito da un'antenna ricevente direttiva e un ricevitore. La finalità è quella di misurare la potenza ceduta all'antenna dalle sorgenti emissive collocate intorno all'antenna stessa. Dalla potenza misurata si può ottenere la T_A . Se l'antenna è direttiva, si può poi ritenere, approssimativamente, che la T_A sia dovuta alle sorgenti di emissione, aventi temperatura di brillantezza T_B , su cui è orientato il lobo principale. Si ha allora, come dimostrato nel paragrafo 6.1, che $T_B \simeq T_A$, per cui dalla 6.34 si ha:

$$A = 10 \log \left(\frac{T}{T - T_A} \right) \quad (6.35)$$

Lo schema più semplice di radiometro è mostrato in Fig. 6.14.

Si hanno:

- Antenna ricevente;
- Amplificatore a microonde (RF), operante tra una frequenza minima f_1 e una frequenza massima f_2 ;
- Conversione a frequenza intermedia (IF) tramite oscillatore locale (LO) a frequenza f_o ; l'uscita sarà compresa tra una frequenza minima $f_1 - f_o$ e una massima $f_2 - f_o$;
- Amplificatore a frequenza intermedia (IF);
- Detector e filtro passa-basso; all'uscita si avrà una tensione V_u variabile lentamente nel tempo in modo proporzionale alla potenza W_R ricevuta dall'antenna;

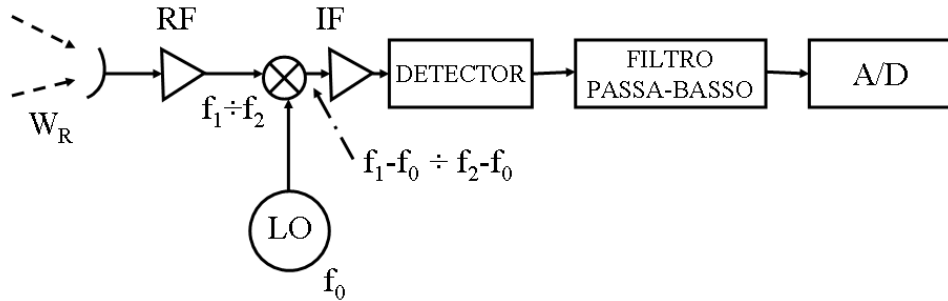


Figura 6.14

- Convertitore analogico-digitale.

Il sistema precedentemente descritto è detto a potenza totale. Ha lo svantaggio di essere molto sensibile a variazioni del guadagno degli amplificatori. Per contrastare questo effetto sono state realizzate altre tecniche, la cui descrizione va oltre gli scopi di questo corso.

I radiometri possono essere usati nelle stazioni di terra per telecomunicazioni via satellite, come strumenti per stimare l'attenuazione. Tale stima può essere utilizzata per scopi sperimentali, ovvero per scopi direttamente operativi.

- Utilizzo sperimentale.

Registrando continuamente la temperatura d'antenna T_A misurata dal radiometro ed utilizzando la 6.35, si può costruire la distribuzione cumulativa $A(D)$ ad una data frequenza, polarizzazione ed angolo di elevazione. Occorre introdurre nella 6.35 una stima, eventualmente approssimata, della temperatura delle gocce T . La misura radiometrica è vantaggiosa, in quanto più semplice ed economica, rispetto ad una misura diretta utilizzando segnali trasmessi da satellite.

- Utilizzo operativo.

La stima approssimata di attenuazione, resa possibile dai radiometri, può essere usata per variare automaticamente la potenza trasmessa verso il satellite, in modo da aumentarla durante gli eventi piovosi e mantenerla più bassa in condizioni di cielo chiaro.

La tecnica radiometrica è stata calibrata mediante confronti tra la temperatura d'antenna T_A (da cui si determina l'attenuazione stimata A_S stimata usando la 6.35) e attenuazione direttamente misurata A_M (Figura 6.15).

La Figura 6.16 mostra un esempio di registrazione simultanea di A_M e T_A a 20 GHz e 30 GHz durante un evento di pioggia [10]. Si nota una buona corrispondenza tra gli andamenti temporali.

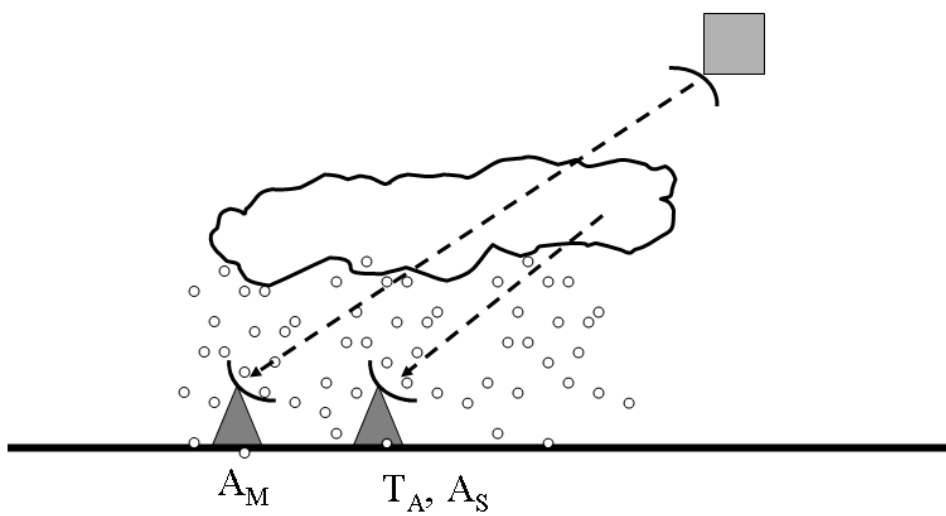


Figura 6.15

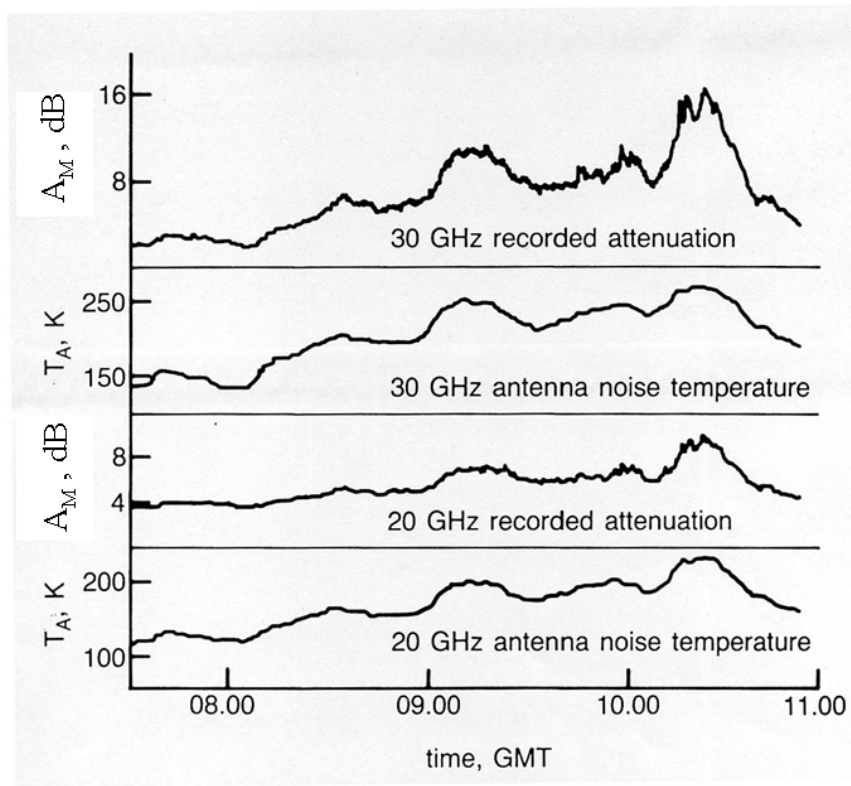


Figura 6.16

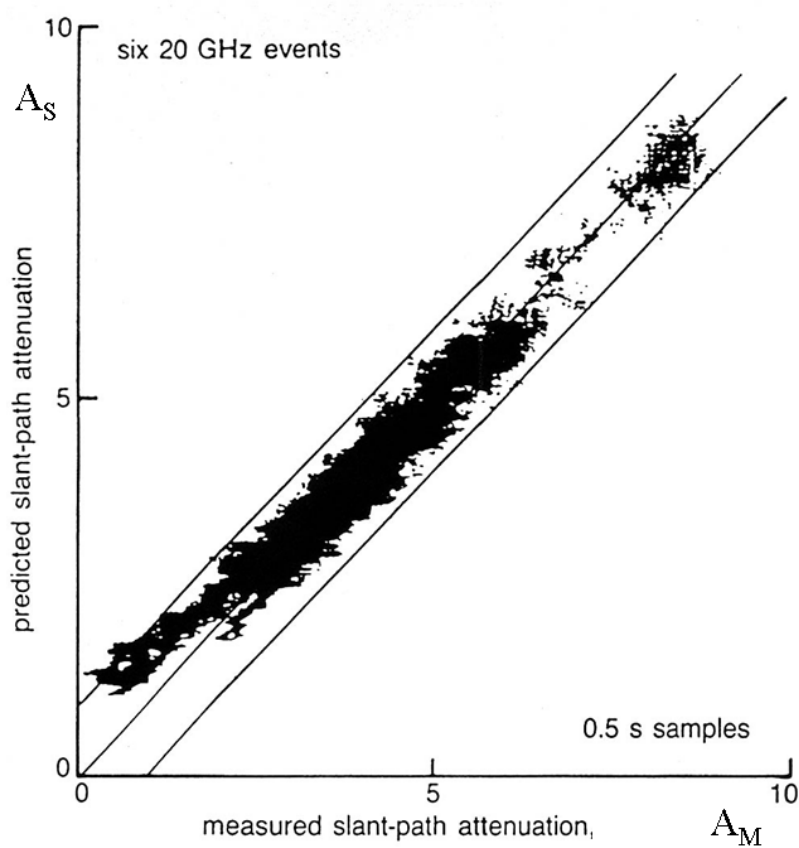


Figura 6.17

La Figura 6.17 [10], unendo i dati di 6 diversi eventi di pioggia, mostra una corrispondenza diretta tra l'attenuazione stimata A_S e quella misurata A_M a 20 GHz. La corrispondenza è buona all'interno di una fascia di indeterminazione dovuta all'approssimazione nella conoscenza della temperatura delle gocce T e agli effetti dello scattering, che sono trascurati nella formula semplificata 6.35.

6.7 Effetto combinato di diverse sorgenti

6.7.1 Antenna upward looking

Un'antenna orientata verso l'alto, con angolo ψ rispetto allo zenith, riceve l'emissione delle sorgenti celesti, attenuata dall'atmosfera, e dell'atmosfera stessa (Figura 6.18). In base alla teoria illustrata nel paragrafo 6.2, la temperatura di brillantezza totale, in prossimità dell'antenna ricevente, sarà data da:

$$T_B = T_{BS} \exp\left[\int_0^H -k_e(z)(\sec \psi) dz\right] + T_{BA} \quad (6.36)$$

dove:

$$T_{BA} = \int_0^H T(z)k_a(z)(\sec \psi) \exp\left[\int_0^z -k_e(z')(\sec \psi) dz'\right] dz \quad (6.37)$$

T_{BS} è la temperatura di brillantezza dovuta a sorgenti celesti,

T_{BA} è la temperatura di brillantezza dovuta a sorgenti atmosferiche,

$T(z)$ è l'andamento della temperatura all'interno dell'atmosfera,

H è l'altezza dello strato atmosferico.

6.7.2 Antenna downward looking

Un'antenna montata su satellite e orientata verso la superficie terrestre (Figura 6.19) riceve tre contributi di emissione:

1. Emissione dell'atmosfera verso l'alto;
2. Emissione della superficie terrestre, avente temperatura T_g , attenuata dall'atmosfera;
3. Emissione dell'atmosfera verso il basso, riflessa verso l'alto dalla superficie terrestre e attenuata successivamente dall'atmosfera stessa.

Per semplicità, supponiamo di trovarci in prossimità del nadir ($\psi \simeq 0$). Si ha:

$$T_B = T_{BA1} + [e_g T_g + T_{BA2}(1 - e_g)] \exp\left[\int_0^H -k_e(z') dz'\right] \quad (6.38)$$

e_g è l'emissività della superficie terrestre. Si ha poi:

$$T_{BA1} = \int_0^H T(z)k_a(z) \exp\left[\int_z^H -k_e(z') dz'\right] dz \quad (6.39)$$

$$T_{BA2} = \int_0^H T(z)k_a(z) \exp\left[\int_0^z -k_e(z') dz'\right] dz \quad (6.40)$$

Per $T(z)$ ed H valgono le definizioni del paragrafo precedente.

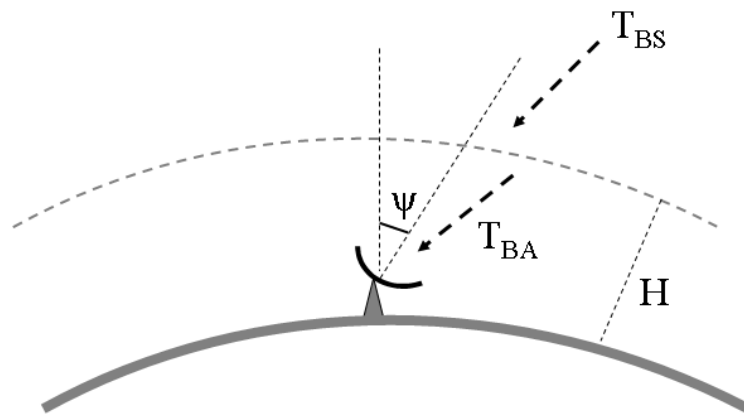


Figura 6.18

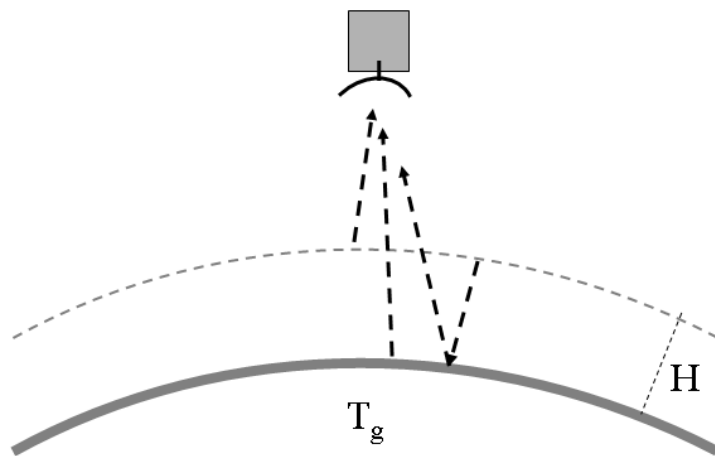


Figura 6.19

Appendice A - Effetto Faraday

Supponiamo che il campo elettrico, per $z=0$, sia polarizzato linearmente nella direzione dell'asse x . Si avrà:

$$\mathbf{E}(0) = E_o \mathbf{x}_o = \frac{E_o}{2} [(\mathbf{x}_o + j\mathbf{y}_o) + (\mathbf{x}_o - j\mathbf{y}_o)] \quad (6.41)$$

Le costanti di propagazione delle due polarizzazioni circolari sono diverse tra loro. Ad una distanza l si avrà:

$$\mathbf{E}(l) = \frac{E_o}{2} [(\mathbf{x}_o + j\mathbf{y}_o) \exp(-jk_1 l) + (\mathbf{x}_o - j\mathbf{y}_o) \exp(-jk_2 l)] \quad (6.42)$$

Raggruppando opportunamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(l) &= \frac{E_o}{2} \{ \mathbf{x}_o [\exp(-jk_1 l) + \exp(-jk_2 l)] + j\mathbf{y}_o [\exp(-jk_1 l) - \exp(-jk_2 l)] \} \\ &= \frac{1}{2} \exp[-j(k_2 + k_1)l/2] (\mathbf{x}_o E'_{ox} + \mathbf{y}_o E'_{oy}) \end{aligned} \quad (6.43)$$

con:

$$\begin{aligned} E'_{ox} &= E_o \{ \exp[-j(k_2 - k_1)l/2] + \exp[j(k_2 - k_1)l/2] \} \\ E'_{oy} &= E_o \{ \exp[-j(k_2 - k_1)l/2] - \exp[j(k_2 - k_1)l/2] \} \end{aligned} \quad (6.44)$$

Tenendo conto delle formule di Eulero, si ha:

$$\mathbf{E}(l) = E_o \exp[-j(k_2 + k_1)l/2] \{ \mathbf{x}_o \cos[(k_2 - k_1)l/2] - \mathbf{y}_o \sin[(k_2 - k_1)l/2] \} \quad (6.45)$$

Il campo elettrico per $z = l$ avrà, quindi, le seguenti caratteristiche:

- Sarà ancora polarizzato linearmente.
- Il piano di polarizzazione sarà ruotato di un angolo $\Delta\Phi$ dato da:

$$\Delta\Phi = \frac{(k_2 - k_1)l}{2} \quad (6.46)$$

- Il ritardo di fase $\Delta\phi$ sarà:

$$\Delta\phi = \frac{(k_2 + k_1)l}{2} \quad (6.47)$$

Bibliografia

- [1] ITU Recommendation P-527
- [2] D. Solimini, Appunti dalle lezioni di Campi Elettromagnetici, Texmat, 2003
- [3] ITU Recommendation P-453
- [4] ITU Recommendation P-676
- [5] T. Oguchi, Electromagnetic wave propagation and scattering in rain and other hydrometeors, Proceedings of IEEE, vol. 71, n. 9, pp. 1029 - 1078, 1983.
- [6] ITU Recommendation P-838
- [7] Influence of atmospheric conditions on electromagnetic wave propagation at frequencies above 10 GHz, Final Report of EEC COST Project 25/4, 1978.
- [8] ITU Recommendation P-837
- [9] ITU Recommendation P-372
- [10] R.G. Howell, R.W. Thorn, D.L. Bryant, Radiometric measurements in BT, BT Technology Journal, Vol. 10, n. 4, pp. 22-33, 1992.
- [11] H. L. Bertoni, Radio Propagation for Modern Wireless Systems, Prentice-Hall, 2000.
- [12] L. Boithias, Radiowave Propagation, North Oxford Academic, 1987.
- [13] R. E. Collin, Antennas and Radiowave Propagation (pp. 339-456), Mc. Graw-Hill, 1985
- [14] G. D'Auria, Aspetti statistici della propagazione elettromagnetica, La Goliardica Editrice, 1982.
- [15] G. Galati, F. Mazzenga, M. Naldi, Elementi di Sistemi Radar, Aracne, 1996
- [16] M. P. M. Hall, Effects of the troposphere on radio communication, Peter Peregrinus LTD, 1979.
- [17] A. Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media - Vol. 1, Academic Press, 1978.
- [18] J. Lavergnat, M. Sylvain, Radio Wave Propagation, John Wiley and Sons, 2000.
- [19] A. Paraboni, M. D'Amico, Radiopropagazione, McGraw-Hill, 2002
- [20] D. Parsons, The Mobile Radio Propagation Channel, John Wiley and Sons, 1992

- [21] S. R. Saunders, *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems*, John Wiley and Sons, 1999.
- [22] F.T. Ulaby, R.K. Moore, A.K. Fung, *Microwave Remote Sensing: Active and Passive. Vol. I*, Addison-Welsey, 1982

Università degli Studi di Roma Tor Vergata
Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle
Telecomunicazioni
Anno accademico 2008-09

Appunti dalle lezioni di Propagazione (Cap. 7)

di P. Ferrazzoli

Capitolo 7

Problemi propagativi nei sistemi

7.1 Richiami statistici

7.1.1 Rappresentazione statistica degli effetti propagativi

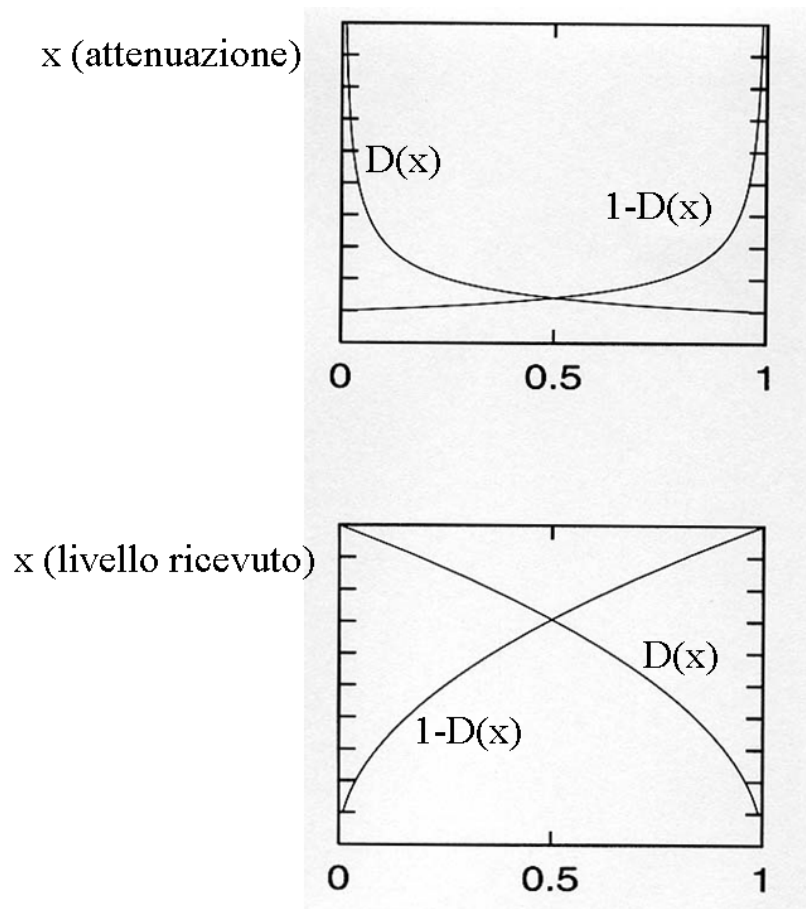


Figura 7.1

Data una variabile aleatoria X , si definisce distribuzione cumulativa $D(x)$ la probabilità che X sia maggiore o uguale ad un valore x :

$$\begin{aligned} D(x) &= p(X \geq x) \\ 1 - D(x) &= p(X < x) \end{aligned} \tag{7.1}$$

Nella propagazione sono comunemente usate sia la $D(x)$ che la $1 - D(x)$. Inoltre, la variabile aleatoria X può rappresentare sia un effetto indesiderato (p.es. un'attenuazione) sia un parametro che si vuole mantenere elevato (p.es. il livello del segnale ricevuto). Si consideri, ad esempio, un collegamento e sia W_0 la potenza ricevuta in assenza di attenuazione. In presenza di un'attenuazione A , si avrà:

$$W = \frac{W_0}{A} \quad (7.2)$$

In generale, gli effetti per cui si hanno alti valori di A e bassi valori di W si manifestano con bassa probabilità. Il fenomeno può essere rappresentato da una delle quattro funzioni mostrate in Figura 7.1.

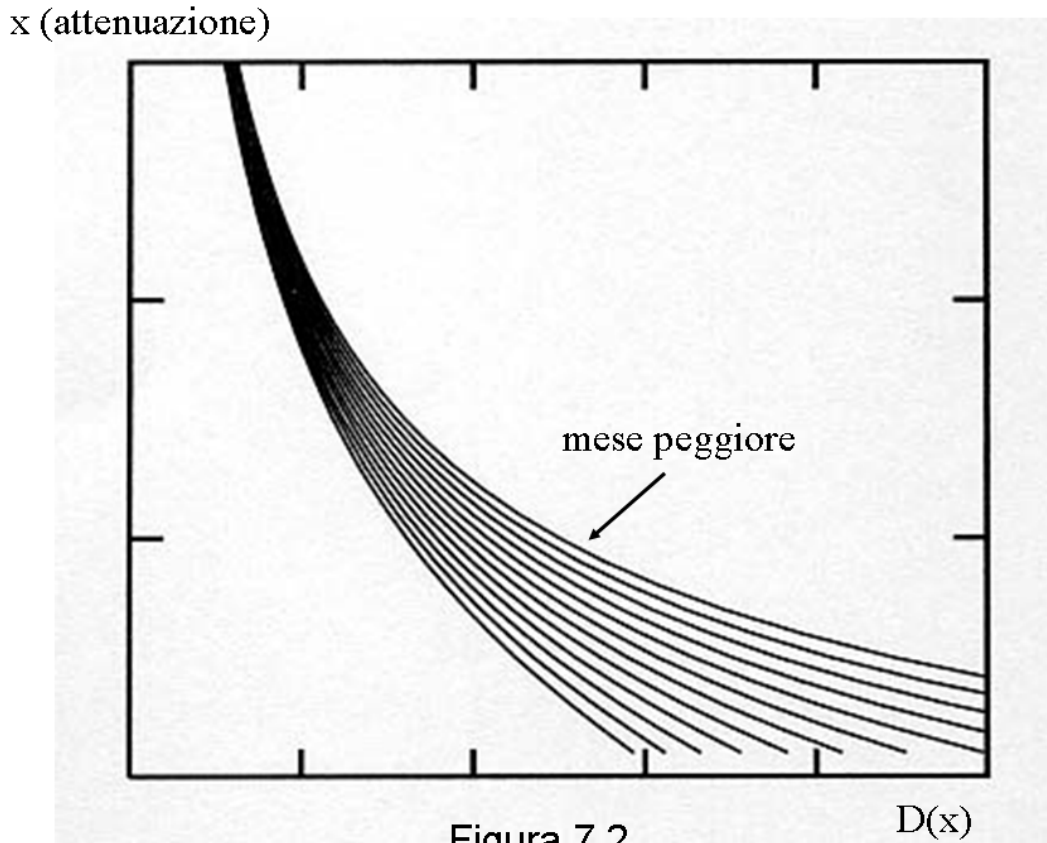


Figura 7.2

In genere, i diagrammi sono ottenuti sulla base di esperimenti in cui viene registrata la variazione della variabile X in funzione del tempo per intervalli significativamente lunghi (tipicamente, qualche anno). Spesso la $D(x)$ viene espressa in termini di percentuale di tempo, tra 0 e 100.

Poichè i processi sono generati da effetti fisici, gli andamenti ottenuti sperimentalmente sono spesso ben approssimati da funzioni tipicamente usate in statistica. Nella propagazione, le funzioni più comunemente usate sono: gaussiana, log-normale, Rayleigh, Nagakami. Va tenuto presente che, in letteratura, i diagrammi sono in genere riportati rappresentando la variabile in dB e/o usando una scala logaritmica per la $D(x)$.

7.1.2 Il concetto di mese peggiore

È molto comune rappresentare la $D(x)$ facendo riferimento al mese peggiore. Registrando il processo per molti anni e riportando separatamente le 12 distribuzioni che corrispondono ai diversi mesi dell'anno, si avranno diversi andamenti, come mostrato in Figura 7.2.

La distribuzione del mese peggiore è quella per la quale, a parità di valori di D , si hanno i valori più alti di attenuazione (o più bassi di livello ricevuto).

7.1.3 Le tecniche di diversità

Allo scopo di migliorare l'affidabilità del collegamento, possono essere usate le tecniche di diversità. Consistono nel trasmettere lo stesso segnale su due vie alternative, scegliendo in ricezione quella alla quale corrisponde la migliore qualità di segnale ricevuto. Esistono due principali tecniche di diversità.

1. Diversità di frequenza: si trasmette la stessa informazione su due diverse frequenze.
2. Diversità di spazio: si usano due diverse antenne riceventi, a distanza sufficiente da garantire una significativa incorrelazione statistica tra i due segnali ricevuti.

L'effetto delle tecniche di diversità è quello di migliorare la statistica dei livelli ricevuti, come mostrato in Fig. 7.3.

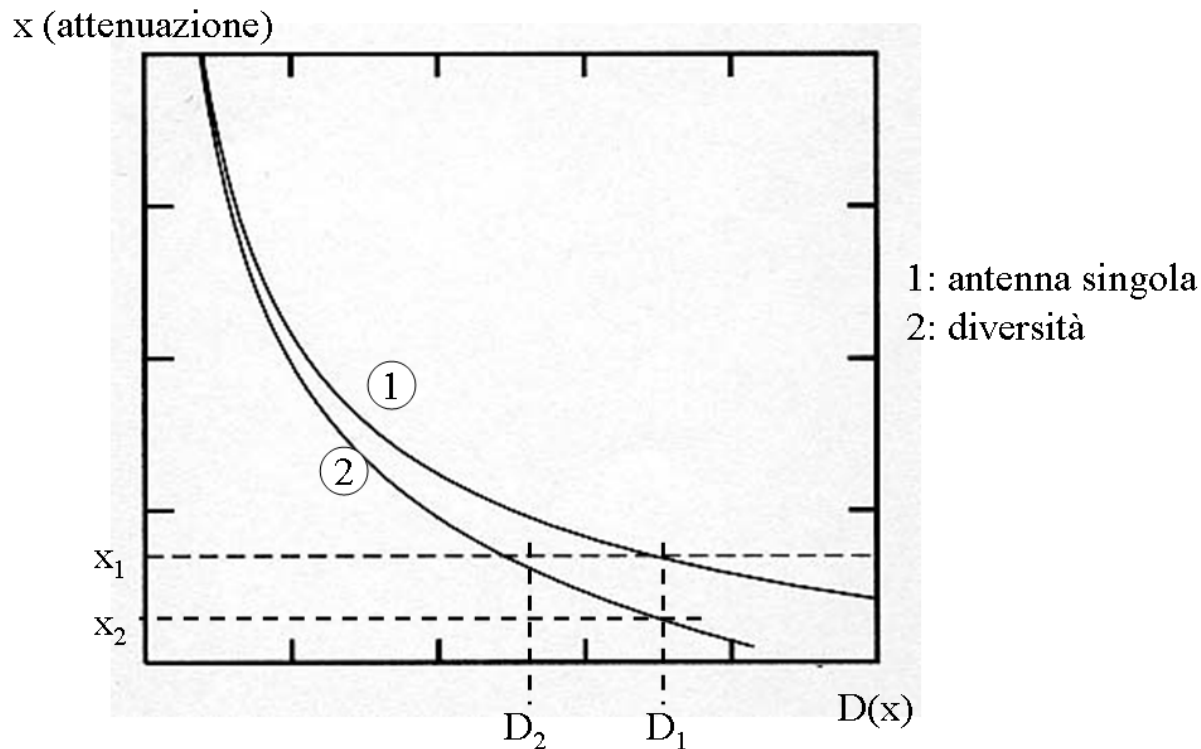


Figura 7.3

Con riferimento alla Figura 7.3 si possono definire:

- diversity gain factor: $g_d = x_1/x_2$
- diversity improvement factor: $i_d = D_1/D_2$

7.2 Collegamenti terrestri fissi

Collegamenti terrestri fissi sono i Ponti Radio. Connettono una coppia di antenne ricetrasmittenti. Le frequenze utilizzate, in genere, sono le più alte della banda UHF e le più basse della banda SHF.

7.2.1 Combinazioni tra gli effetti degli ostacoli e dell'atmosfera

Come illustrato nel paragrafo 3.2.1, il franco sull'ostacolo dipende dal raggio equivalente, a sua volta legato al gradiente della rifrattività. In condizioni di atmosfera standard si ha:

$$dN/dh = -40 \text{ km}^{-1}$$

$$R_e \simeq (4/3)R_T$$

A questa situazione corrisponderà un certo franco sull'ostacolo. In condizioni operative, poichè si vuole che il collegamento rimanga funzionante anche in condizioni atmosferiche svantaggiose, occorre progettare in modo che il franco sia maggiore del raggio della prima zona di Fresnel (definito come r'_f in nel paragrafo 2.5.2) anche per valori di R_e più bassi. Tipicamente, perchè il collegamento sia operativo per più del 99.9% del tempo, è necessario che il franco sia maggiore di r'_f fino a valori di R_e pari a $0.7 R_T$.

7.2.2 Variazioni di puntamento

L'allineamento tra le antenne viene effettuato in condizioni atmosferiche normali per la zona del collegamento. In corrispondenza a forti variazioni di dN/dh , è come se ciascuna delle due antenne fosse spostata rispetto all'asse del lobo principale dell'altra (Figura 7.4) Si possono avere variazioni massime dell'ordine dei $\simeq 10^{-3}$ gradi/km, che producono apprezzabili conseguenze nel caso di antenne molto direttive.

7.2.3 Multipath

Come illustrato nei capitoli precedenti, l'effetto dell'atmosfera e di eventuali riflessioni del terreno fa sì che il collegamento tra due antenne abbia luogo attraverso più di un cammino (Figura 7.5). In prossimità dell'antenna ricevente i campi si ricombinano con una relazione di fase che è variabile nel tempo. (Figura 7.6). Se $E_2 \simeq E_1$ le variazioni sono molto intense e possono produrre segnali ricevuti molto bassi. L'effetto è detto fading.

Un metodo empirico per stimare statisticamente il "fading" è stato proposto dall'ITU. Il metodo è stato costruito a partire da regressione multiple di dati sperimentali ottenuti in 251 collegamenti, di lunghezza compresa tra 7.5 km e 185 km, appartenenti a diverse regioni climatiche, e per frequenze fino a 37 GHz. I passi fondamentali del metodo, nella sua versione più semplice e generale, sono i seguenti.

- Si considera il parametro dN_1 , che è il gradiente di rifrattività nei primi 65 m non ecceduto per l'1% del tempo. Per tale dato, sono disponibili mappe mondiali

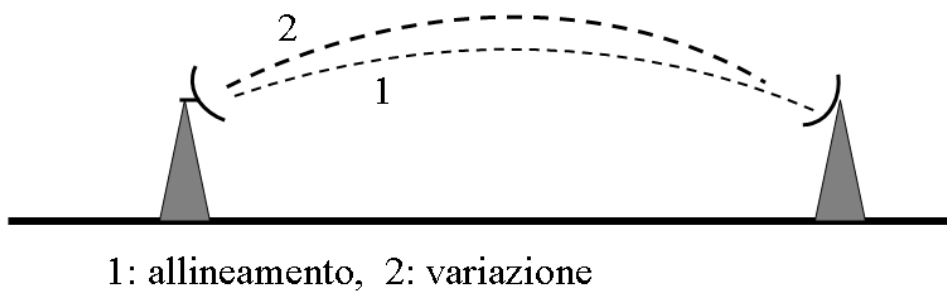


Figura 7.4



Figura 7.5

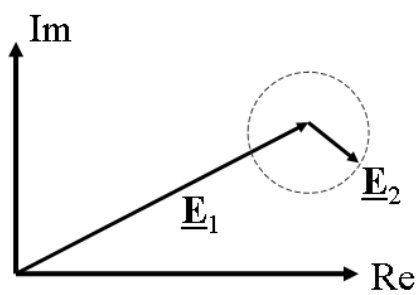


Figura 7.6

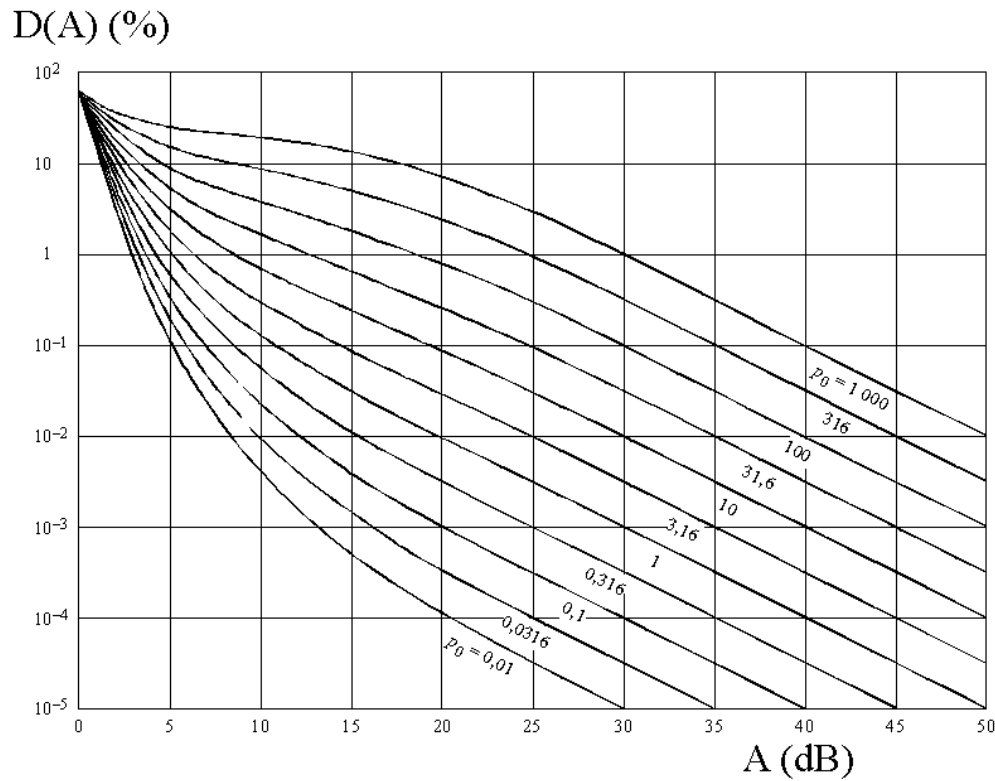


Figura 7.7

- Si calcola il "geoclimatic factor" K con la seguente formula empirica

$$K = 10^{(-4.2 - 0.0029dN_1)} \quad (7.3)$$

- Si calcola il "multipath occurrence factor" p_o con la seguente formula empirica:

$$p_o = Kd^{3.2}(1 + |\epsilon_p|)^{-0.97}10^{(0.032f - 0.00085h_L)} \quad (7.4)$$

- d è la lunghezza del collegamento (km)
- $|\epsilon_p|$ è l'angolo di inclinazione del collegamento (mrad). Se h_1 e h_2 sono le altezze delle due antenne:

$$|\epsilon_p| = \frac{|h_2 - h_1|}{d} \quad (7.5)$$

- f è la frequenza (in GHz)
- h_L è la minima tra h_1 e h_2

- Usando ancora formule empiriche, sono state ottenute le distribuzioni cumulative di fading, riferite al mese peggiore, riportate in Figura 7.7 [1]. Esistono poi altre espressioni empiriche che legano le probabilità riferite al mese peggiore con quelle riferite all'anno medio.

Misure protettive

Per contrastare gli effetti del multipath si usa spesso la diversità. Nel caso di diversità di spazio, l' improvement factor è proporzionale a $s^2 f/d$, dove s è la spaziatura tra le antenne. Nel caso di diversità di frequenza, i_d è proporzionale a $(\Delta f/f)(1/fd)$. In generale, $(\Delta f/f) < 5\%$.

7.2.4 Condotta

L'effetto condotto è stato illustrato nel paragrafo 3.2.2. Per minimizzare i danni che produce, conviene collocare le antenne a quote diverse, in modo da avere un collegamento sufficientemente inclinato rispetto all'orizzontale. Solo in casi di condotti spessi e stabili possono essere convenienti collegamenti orizzontali.

7.2.5 Effetti della pioggia

La teoria esposta nel paragrafo 4.3.2 ha mostrato che, per la pioggia, una semplice relazione del tipo $k_e = K R^\alpha$ è valida soltanto nel caso di pioggia uniforme lungo tutto il collegamento. Nei casi reali, occorre tener conto delle proprietà statistiche dell'intensità di pioggia e della sua distribuzione spaziale. Sono stati proposti numerosi modelli. Nel seguito si descriverà quello approvato dall'International Telecommunication Union (ITU).

- Si caratterizza la zona climatica in cui opera il collegamento usando la distribuzione cumulativa di pioggia $D(R)$ (Fig. 7.8).

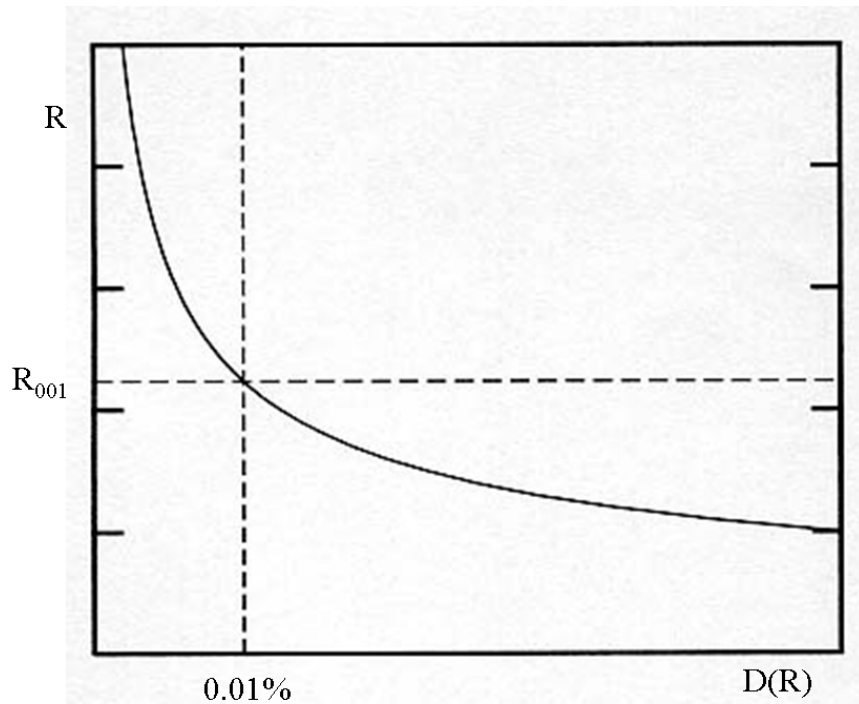


Figura 7.8

- Si considera l'intensità di pioggia R_{001} ecceduta per lo 0.01% del tempo. Si calcola la corrispondente attenuazione per unità di lunghezza $K_{e001}[\text{dB/km}]$ usando le formule del paragrafo

4.3.2:

$$K_{e001} = K R_{001}^\alpha \quad (7.6)$$

K ed α sono tabulati in funzione della frequenza e della Polarizzazione (Tabella 4.2).

- Detta L la lunghezza del collegamento (in km), l'attenuazione A_{001} totale (in dB) ecceduta per lo 0.01% del tempo è data da:

$$A_{001} = K R_{001}^\alpha \cdot L \cdot r_{001} \quad (7.7)$$

con:

$$r_{001} = \frac{1}{1 + 0.045L} \quad (7.8)$$

- Per una generica percentuale di tempo p , l'attenuazione ecceduta (in dB) sarà:

$$A_p = A_{001} \cdot 0.12 \cdot p^{-[0.546 + 0.043 \log(p)]} \quad (7.9)$$

Anche per il problema della pioggia, sono spesso usate tecniche di diversità. In questo caso è efficace la diversità di spazio, con spaziature tra le antenne di almeno ~ 10 km.

7.3 Problemi nei sistemi spaziali

7.3.1 Effetti di gas e nubi

Gli effetti di assorbimento dovuti a gas atmosferici e a nubi sono stati illustrati nei paragrafi 3.5.2 e 4.2, rispettivamente. Tali effetti possono essere significativi per frequenze maggiori di 20 GHz, poco utilizzate negli anni passati, ma di crescente diffusione nei sistemi presenti e futuri. Va considerato che gli effetti dei gas sono permanenti, mentre quelli delle nubi si manifestano per percentuali di tempo che sono comunque relativamente elevate.

7.3.2 Effetti della pioggia

Attenuazione

Analogamente a quanto esposto nel paragrafo 7.2.5, anche nei collegamenti spaziali l'attenuazione dipende dalle proprietà statistiche dell'intensità di pioggia e dalla sua distribuzione spaziale. In questo caso, i parametri da considerare sono quelli mostrati in Figura 7.9.

h_s [km]: altezza sul livello del mare;

h_R [km]: quota massima per cui si ha pioggia;

θ : angolo di elevazione.

Sarà ora descritto il modello proposto dall'ITU.

Analogamente al caso dei ponti radio terrestri, si considera l'intensità di pioggia R_{001} ecceduta per lo 0.01% del tempo e si calcola la corrispondente attenuazione per unità di lunghezza K_{e001} [dB/km] (usando ancora la 7.6). Tuttavia, è necessario esprimere i parametri in una forma più generale che sia valida per angoli di elevazione $\theta > 0$ e angoli di polarizzazione (τ) diversi da 0° (H) e da 90° (V). A tal scopo, si usano le seguenti espressioni:

$$K = \frac{K_H + K_V + (K_H - K_V) \cos^2 \theta \cos 2\tau}{2} \quad (7.10)$$

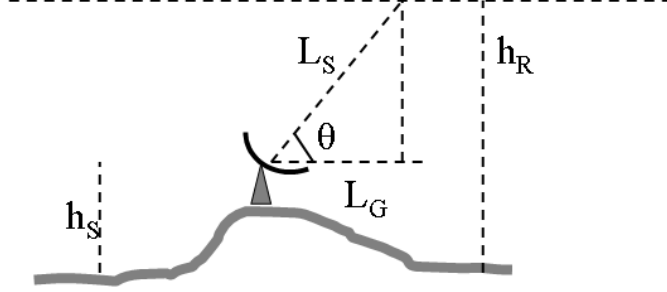


Figura 7.9

$$\alpha = \frac{K_H \alpha_H + K_V \alpha_V + (K_H \alpha_H - K_V \alpha_V) \cos^2 \theta \cos 2\tau}{2K} \quad (7.11)$$

In caso di polarizzazione circolare, si pone $\tau = 45^\circ$.

Poi si procede come indicato in seguito.

- Si calcola h_R in funzione della latitudine ϕ (gradi) della località dove ha sede l'antenna di terra. Si usano le seguenti formule empiriche:

$$h_R = 3 + 0.028\phi \text{ per } \phi \leq 36^\circ$$

$$h_R = 4 - 0.075(\phi - 36) \text{ per } \phi > 36^\circ$$

- Si calcolano L_S (percorso obliquo, in km) e L_G (proiezione orizzontale, in km):

$$L_S = \frac{h_R - h_s}{\sin \theta} \quad (7.12)$$

$$L_G = L_S \cos \theta \quad (7.13)$$

- L'attenuazione (dB) ecceduta per lo 0.01% del tempo è data da:

$$A_{001} = K R_{001}^\alpha \cdot L_S \cdot r_{001} \quad (7.14)$$

con:

$$r_{001} = \frac{1}{1 + 0.0286 \cdot L_G \cdot \exp(0.015 R_{001})} \quad (7.15)$$

- Per una generica percentuale di tempo p , l'attenuazione ecceduta (in dB) sarà:

$$A_p = A_{001} \cdot 0.12 \cdot p^{-[0.546+0.043 \log(p)]} \quad (7.16)$$

Anche nei collegamenti spaziali si usa talvolta la diversità di spazio.

Depolarizzazione

Oltre al problema dell'attenuazione, nei sistemi spaziali a riuso di frequenza è importante il problema della depolarizzazione. Si definisce XPD (cross-polar discrimination) il rapporto:

$$XPD = \frac{E_c}{E_x} \quad (7.17)$$

E_c è l'ampiezza del campo elettrico ricevuto in polarizzazione coincidente con quella trasmessa, ed E_x è l'ampiezza del campo elettrico ricevuto in polarizzazione ortogonale a quella trasmessa. La XPD può essere misurata con un'antenna capace di ricevere in ambedue le polarizzazioni. Si sono ottenute sperimentalmente distribuzioni cumulative $D(XPD)$ analoghe a quelle dell'attenuazione $D(A)$. Una rappresentazione tipica è quella mostrata in Figura 7.10, in cui XPD_0 è il valore che si ha in assenza di pioggia. XPD_0 dipende principalmente dalla qualità delle antenne.

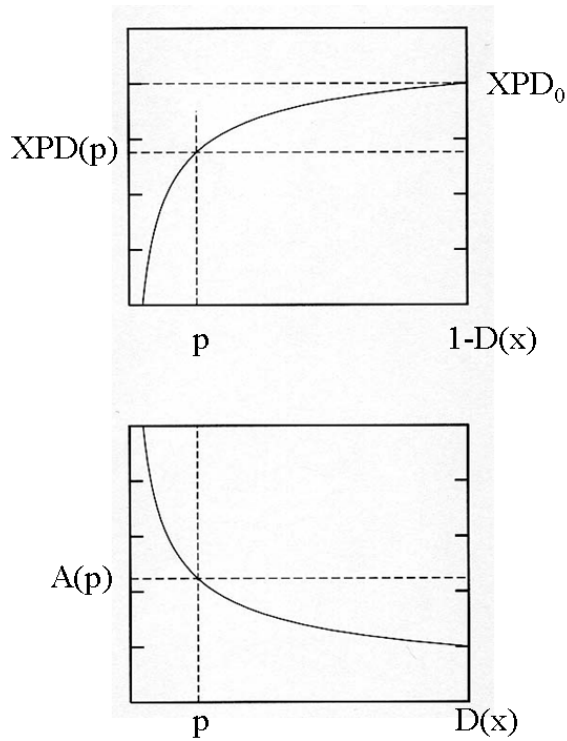


Figura 7.10

In corrispondenza a piogge intense, A aumenta, mentre XPD decresce. Analizzando dati ottenuti in diverse località e a diverse frequenze si è trovato che le distribuzioni sono legate da una relazione del seguente tipo:

$$[XPD(p)]_{dB} = U - V \cdot \log[A(p)]_{dB} \quad (7.18)$$

(p è la percentuale di tempo in cui i valori delle grandezze sono ecceduti). La relazione 7.18 è stata ottenuta empiricamente, ma trova una spiegazione fisica. All'aumentare dell'intensità di pioggia, e

quindi dell'effetto attenuativo, aumenta anche l'effetto depolarizzante, con conseguente abbassamento della XPD per due fondamentali motivi:

- si ha una maggiore densità di gocce;
- le gocce tendono ad essere più grandi, e quindi di forma più difforme dalla sferica.

Il parametro U dipende dalla frequenza, dalla polarizzazione trasmessa e dall'angolo di elevazione.

Un ulteriore contributo alla depolarizzazione può derivare dalla presenza di cristalli di ghiaccio, aghiiformi e variamente orientati, nelle nubi più alte. La XPD_{TOT} risultante dall'effetto combinato di pioggia e cristalli di ghiaccio sarà data da:

$$[XPD_{TOT}]_{dB} = [XPD_R]_{dB} - C_g \quad (7.19)$$

$[XPD_R]_{dB}$ è la discriminazione che si ha per effetto della sola pioggia, in base alla 7.18. Il termine C_g esprime la ulteriore perdita di discriminazione dovuta ai cristalli di ghiaccio. I due termini non sono indipendenti, perchè la probabilità di avere cristalli di ghiaccio è più alta in presenza di eventi piovosi. Non è tuttora disponibile un modello affidabile della correlazione tra i due termini. Gli studi su questo problema sono in corso.

7.3.3 Effetti della ionosfera

Come illustrato nel paragrafo 5.4, nei sistemi spaziali il problema più rilevante dovuto alla ionosfera è l'effetto Faraday. Nei sistemi di telecomunicazione operanti a frequenze inferiori a 10 GHz, si usa prevalentemente la polarizzazione circolare, che non subisce depolarizzazione dovuta a questo problema. L'effetto Faraday è particolarmente rilevante nei sistemi di telerilevamento che operano in banda L, e per i quali sono richiesti buoni isolamenti di polarizzazione.

7.3.4 Errori nella stima della distanza

Molti sistemi spaziali, operanti su applicazioni diverse dalle telecomunicazioni, effettuano per vari scopi misure di distanza (Figura 7.11).

Una misura di distanza può essere ricostruita a partire da una misura di intervallo di tempo (ottenuta, per esempio, come distanza temporale tra impulsi trasmesso e ricevuto). Nel vuoto, la relazione tra una distanza elementare dl_o e un intervallo di tempo elementare dt sarebbe data da:

$$dl_o = dt \cdot c_o \quad (7.20)$$

dove c_o è la velocità di propagazione nel vuoto. In presenza di effetti atmosferici o ionosferici, si ha:

$$dl = dt \cdot c_o / n = dl_o / n \quad (7.21)$$

La presenza di tali effetti produce quindi, su un intervallo dl_o , una variazione apparente di lunghezza data da:

$$\Delta(dl) = dl_o - dl = (n - 1)dl \quad (7.22)$$

Integrando su un percorso di lunghezza L si ottiene la seguente equazione, nota anche come Principio di Fermat:

$$\Delta l = \int_0^L (n - 1)dl \quad (7.23)$$

Qualsiasi incertezza nella conoscenza del profilo di n si traduce in errore nella stima di distanza. Si ricorda quanto segue.

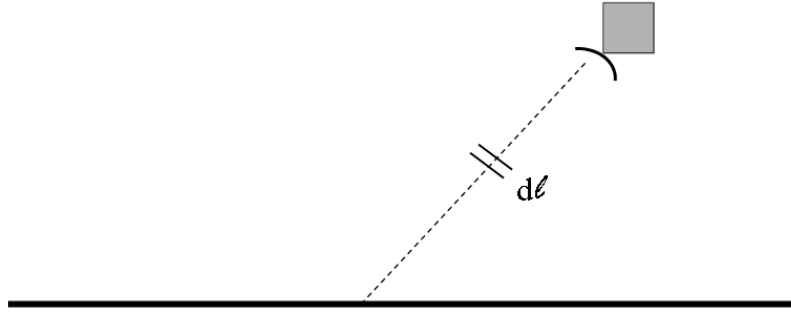


Figura 7.11

- Nella troposfera n è maggiore di 1 e dipende dalla pressione totale, dalla temperatura, dalla pressione del vapor d'acqua;
- Nella ionosfera:

$$n \simeq \sqrt{1 - \frac{Ne^2}{\omega^2 m \epsilon_0}} < 1 \quad (7.24)$$

Questo problema ha interesse in varie applicazioni. In particolare:

Global Positioning System;

Radar Altimetro;

Interferometria.

7.4 Problemi nei sistemi radar

7.4.1 Incurvamento del raggio

Gli effetti descritti nel paragrafo 3.2.1 hanno influenza anche sul funzionamento dei sistemi radar. In particolare, nel determinare le coordinate degli oggetti che il radar avvista, bisognerà far riferimento ad una superficie terrestre equivalente di raggio R_e .

7.4.2 Riflessioni e multipath

Per effetto delle riflessioni del terreno e del multipath atmosferico, i percorsi elettromagnetici tra l'antenna radar e l'oggetto possono essere più di uno, con conseguente instabilità nel livello del segnale ricevuto. L'effetto delle riflessioni del terreno può essere rappresentato utilizzando un diagramma di

radiazione complessivo del sistema antenna-terreno, che avrà la forma mostrata in Figura 7.12. In alcune direzioni, l'onda diretta e quella riflessa si combineranno in opposizione di fase, con conseguenti minimi nel diagramma di radiazione.

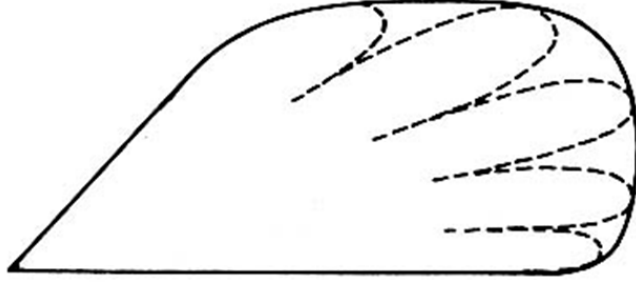


Figura 7.12

7.4.3 Effetti di pioggia e nubi

Come è noto, il radar trasmette impulsi e registra la potenza riflessa. Un oggetto riflettente collocato all'interno del lobo dell'antenna e a distanza r produrrà un impulso di ritorno dopo un tempo pari a $2r/c$, dove c è la velocità di propagazione. In assenza di pioggia, se W_T è la potenza trasmessa, la potenza ricevuta W_R sarà data da:

$$W_R = \frac{W_T D A_e}{(4\pi r^2)^2} \cdot \sigma_{bO} \cdot \exp\left\{-2 \int_0^r [k_{aw}(r') + k_{ao}(r')] dr'\right\} \quad (7.25)$$

σ_{bO} è la sezione trasversa di backscattering dell'oggetto. D ed A_e sono la direttività e l'area equivalente dell'antenna. $k_{aw}(r')$ e $k_{ao}(r')$ sono i coefficienti di assorbimento dovuti, rispettivamente, a vapor d'acqua e ossigeno (vedi par. 3.5.2). Il fattore esponenziale tiene conto dell'attenuazione atmosferica nei percorsi di andata e ritorno.

Gli impulsi hanno durata temporale τ e nello spazio individueranno celle di risoluzione di estensione pari a $c\tau/2$. Sull'asse dei tempi, si avrà l'andamento indicato in Figura 7.13a.

Supponiamo ora che l'oggetto da avvistare sia immerso in una zona piovosa. L'andamento della potenza riflessa sarà quello indicato in Figura 7.13b. Sono presenti due effetti.

- L'eco proveniente dall'oggetto è attenuata dalla pioggia. La 7.25 andrà sostituita dalla:

$$W_R = \frac{W_T D A_e}{(4\pi r^2)^2} \cdot \sigma_{bO} \cdot \exp\left\{-2 \int_0^r [k_{aw}(r') + k_{ao}(r') + k_{eR}(r')] dr'\right\} \quad (7.26)$$

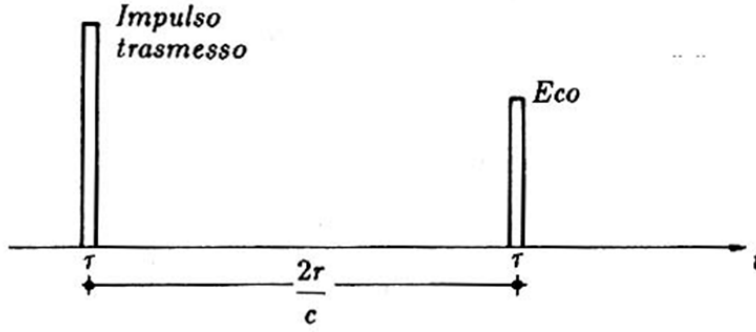


Figura 7.13a

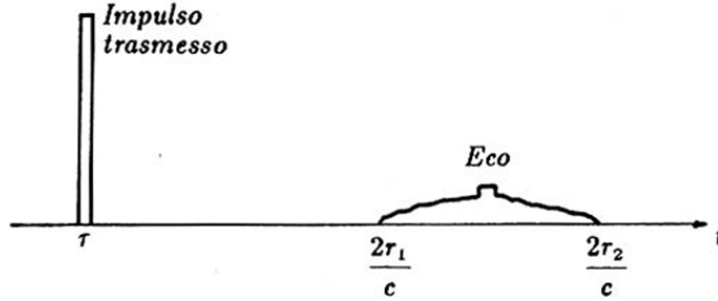


Figura 7.13b

$k_{eR}(r')$ è il coefficiente di estinzione dovuto alla pioggia. È funzione dell'intensità di pioggia, della frequenza e della polarizzazione, secondo la trattazione sviluppata nel paragrafo 4.3.2.

- All'eco dell'oggetto si sovrappone quella della pioggia, creando interferenza e pericolo di “falsi allarmi”. Mentre l'eco dovuta ad un oggetto discreto è concentrata in un singolo impulso, quella dovuta alla pioggia è distribuita nel tempo. Se la pioggia si estende, in direzione radiale, tra una distanza r_1 e una distanza r_2 , la corrispondente estensione temporale dell'eco sarà $(2/c) \cdot (r_2 - r_1)$. Per stimare la potenza interferente che ritorna da ogni cella, occorre valutare il contributo di backscatter di tutte le gocce presenti al suo interno. La potenza interferente W_{RI} sarà data, per una cella distante r dall'antenna, da:

$$W_{RI} = \frac{W_T D A_e}{(4\pi r^2)^2} \cdot k_b \cdot V_c \cdot \exp\left\{-2 \int_0^r [k_{aw}(r') + k_{ao}(r') + k_{eR}(r')] dr'\right\} \quad (7.27)$$

k_b è la sezione trasversa di backscattering per unità di volume, che può essere legata all'intensità di pioggia sulla base della teoria illustrata nel paragrafo 4.3.4. V_c è il volume della cella. Se l'antenna del radar ha un lobo principale a simmetria circolare intorno all'asse, si ha:

$$V_c = \pi \cdot \left(r \frac{\Theta}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{c\tau}{2}\right) \quad (7.28)$$

Θ è l'angolo di apertura del lobo principale.

Nelle applicazioni radar classiche, la pioggia degrada le prestazioni del sistema dando luogo sia ad attenuazione dell'eco utile che ad interferenza. Il fenomeno di backscattering da pioggia, però, può essere usato per acquisire informazioni relative alla pioggia stessa. Su questo principio si basa il radar meteorologico. In quel caso, la W_{RI} diviene potenza “utile”, in quanto contiene informazione sull'intensità piovosa nelle celle di risoluzione.

Le nubi producono apprezzabile backscattering e attenuazione soltanto nei sistemi che operano a frequenze superiori a 30 GHz (radar a onde millimetriche). Un effetto particolarmente intenso, anche a frequenze relativamente basse, può essere dovuto al melting layer (paragrafo 4.2).

7.4.4 Problemi propagativi nei radar OTH

Per portate maggiori di 1000 km, tipicamente per applicazioni marittime, sono usati i radar Over The Horizon (OTH). Usano basse frequenze, per cui i percorsi propagativi dominanti sono la riflessione ionosferica ("onda di cielo") e l'onda superficiale ("onda di terra"). I problemi fondamentali sono i seguenti.

- Possono verificarsi multipath ionosferici dovuti a riflessioni a diverse quote.
- La Maximum Usable Frequency varia con N , per cui si abbassa nelle ore notturne. In tali ore, può essere conveniente operare a frequenze più basse, ovvero basarsi sull'onda superficiale.

7.5 Problemi propagativi nei collegamenti con mezzi mobili

I collegamenti con mezzi mobili sono caratterizzati da alcune proprietà specifiche che producono particolari problemi propagativi.

- Si usano le bande VHF e UHF;
- Si hanno sistemi tipo punto-multipunto;
- La posizione del ricevitore è variabile, per cui non può essere ottimizzata;
- La propagazione ha luogo, principalmente, nel contesto urbano.

Nella letteratura del settore, si usa il concetto di "path loss" L . È definita come rapporto, in dB, tra potenza trasmessa e potenza ricevuta nell'ipotesi di antenne trasmettenti e riceventi isotrope:

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{W_T}{W_R}\right) \quad (7.29)$$

7.5.1 Modelli base di riferimento

"Flat earth"

Una prima situazione di riferimento è quella in cui tra l'antenna base e l'antenna mobile sia presente soltanto una superficie liscia con riflessione totale. Per la trattazione del paragrafo 2.3 si avrà:

$$\frac{E}{E_o} = 2 \left| \sin\left(\beta \frac{h_1 h_2}{d}\right) \right| \quad (7.30)$$

Per le frequenze e le altezze che hanno interesse nei mezzi mobili, si può porre:

$$\beta \frac{h_1 h_2}{d} \ll 1 \quad (7.31)$$

Pertanto:

$$\frac{E}{E_o} \simeq \frac{4\pi}{\lambda} \frac{h_1 h_2}{d} \quad (7.32)$$

Chiamando con W_1 e D_1 la potenza e la direttività in trasmissione, con W_2 , A_{e2} e D_2 la potenza, l'area equivalente e la direttività in ricezione, si ha:

$$\frac{W_2}{W_1} \simeq \frac{D_1 A_{e2}}{4\pi d^2} \left(\frac{4\pi}{\lambda} \frac{h_1 h_2}{d} \right)^2 = D_1 D_2 \left(\frac{h_1 h_2}{d^2} \right)^2 \quad (7.33)$$

La 7.33 indica che, nella propagazione su superficie piana e nei limiti di validità della 7.31, la potenza decresce con la distanza come d^{-4} . Sebbene la 7.33 rappresenti un'approssimazione molto semplificativa della realtà, l'effetto della distanza è in sostanziale accordo con quello verificato da misure sperimentali, effettuate in zone sia urbane che extraurbane, come sarà descritto nei paragrafi successivi.

Ostacolo

Il secondo modello base è quello della diffrazione da ostacolo (paragrafo 2.4.2), usato per rappresentare gli effetti di edifici o ostacoli naturali.

7.5.2 Modelli empirici

In molte situazioni, interessa stimare statisticamente la path loss su aree vaste, urbane o extraurbane, di configurazione complessa e per le quali non sempre si hanno mappe dettagliate. In questi casi, l'approccio più pratico consiste nel derivare stime statistiche basate su metodi empirici. Alcuni esempi rilevanti sono illustrati nel seguito.

Modello di Egli

Il modello di Egli si basa su misure effettuate in un intervallo di frequenza tra 90 MHz e 1 GHz su vasti territori di configurazione variabile. Fu sperimentato che la dipendenza della path loss dalla distanza seguiva con buona approssimazione una legge del tipo d^{-4} (flat earth). Fu così formulata la seguente espressione:

$$L = -10 \log \left[\left(\frac{h_1 h_2}{d^2} \right)^2 \beta \right] \quad (7.34)$$

Il fattore β , indipendente dalla distanza, segue una statistica con distribuzione cumulativa log-normale. Il valore β_{50} ecceduto con una probabilità del 50% è dato da:

$$\beta_{50} = \left(\frac{40}{f} \right)^2 \quad (7.35)$$

f è la frequenza in MHz. La deviazione standard di β risulta essere proporzionale alla deviazione standard delle irregolarità del terreno.

Modello di Ibrahim e Parsons

Il modello di Ibrahim e Parsons si basa su misure effettuate a Londra, utilizzando un'antenna trasmettente posizionata a 46 m da terra a tre frequenze: 168 MHz, 455 MHz e 900 MHz. Il ricevitore fu posto su un veicolo che si spostava all'interno della città, la cui posizione era registrata da una quinta ruota. Il territorio urbano fu suddiviso in test squares di 500×500 m scelte in modo da essere di caratteristiche uniformi e rappresentative. I valori misurati di path loss furono messi in relazione alla distanza, alla frequenza e alle caratteristiche urbane. Si trovarono i seguenti risultati fondamentali.

- La dipendenza dalla distanza segue con buona approssimazione il modello flat earth
- La path loss aumenta con la frequenza, ma le variazioni al variare delle test squares sono simili alle varie frequenze
- La path loss è mediamente influenzata dalle proprietà geometriche degli edifici.

Effettuando un fitting sui dati sperimentali fu derivata, per la path loss ecceduta con una probabilità del 50% (L_{50}), la seguente legge:

$$L_{50} = 40 \log d - 20 \log(h_1 h_2) + \beta \quad (7.36)$$

con:

$$\beta = 20 + \frac{f}{40} + 0.18 \cdot LU - 0.34 \cdot H + K \quad (7.37)$$

$$K = 0.094 \cdot U - 5.9 \quad (7.38)$$

d è la distanza in m. f è la frequenza in MHz. LU è la percentuale di area coperta da edifici (land usage factor). U è la percentuale di area edificata con almeno 4 piani (degree of urbanization). H è la differenza media di altezza (in m) tra la test square del trasmettitore e quella del ricevitore.

Modello di Okumura-Hata

Il modello di Okumura-Hata, che è uno dei più utilizzati, è stato ottenuto da intensive misure nell'area di Tokyo, in un intervallo di frequenza tra 150 MHz e 1.5 GHz. Considera diversi contesti.

- Aree aperte: zone rurali prive di edifici e alberi.
- Aree suburbane: villaggi con rada densità di edifici e alberi.
- Aree urbane.

Effettuando un fitting, sono state derivate le seguenti espressioni per la L_{50} (in dB).

- Aree urbane.

$$L_{50} = L_{U50} = 69.55 + 26.16 \log f - 13.82 \log h_b + (44.9 - 6.55 \cdot \log h_b) \log d - \Delta(h_m) \quad (7.39)$$

f è la frequenza in MHz. h_b è l'altezza dell'antenna trasmittente, in m (con $30 < h_b < 200$). d è la distanza in km (con $1 < d < 20$). $\Delta(h_m)$ è un fattore correttivo, dipendente dall'altezza dell'antenna ricevente h_m (con $1 \text{ m} < h_m < 10 \text{ m}$) secondo leggi variabili a seconda delle caratteristiche urbane.

- Aree suburbane

$$L_{50} = L_{S50} = L_{U50} - 2 \left[\log\left(\frac{f}{28}\right) \right]^2 - 5.4 \quad (7.40)$$

- Aree aperte

$$L_{50} = L_{O50} = L_{U50} - 4.78(\log f)^2 - 18.33 \log f - 40.94 \quad (7.41)$$

Akeyama propose di modificare il modello usando la seguente espressione unificata.

$$L_{50} = L_{U50} + S \quad (7.42)$$

con:

$$\begin{aligned} S &= -(30 - 25 \log \alpha) && \text{per } 5\% < \alpha \leq 50\% \\ S &= -(20 + 0.19 \log \alpha - 15.6(\log \alpha)^2) && \text{per } 1\% < \alpha \leq 5\% \\ S &= -20 && \text{per } \alpha \leq 1\% \end{aligned} \quad (7.43)$$

α è la percentuale di copertura urbanizzata.

7.5.3 Modelli fisici

Per aree urbane o extraurbane di caratteristiche ben note, sono stati sviluppati modelli per il calcolo della path loss con un approccio fisico.

Modello JRC

Questo modello è stato proposto nel Regno Unito dal Joint Radio Committee (JRC). Utilizza una base di dati orografica e suddivide il territorio in aree quadrate di lato 0.5 km. I punti al centro di ogni area vengono presi come height reference points, rappresentativi delle aree stesse. Gli "height reference points" vengono congiunti con segmenti rettilinei. Si costruisce così un profilo ideale costituito da ostacoli aventi tali segmenti come bordo superiore (Figura 7.14).

Per una data coppia di antenne trasmettenti e riceventi, la path loss è calcolata con la seguente espressione:

$$L = \max(L_F, L_E) + L_D \quad (7.44)$$

L_F è la path loss che si avrebbe nel vuoto,

L_E è la path loss calcolata col modello flat earth,

L_D è l'attenuazione dovuta a diffrazione, che può essere calcolata usando uno dei modelli di ostacolo multiplo descritti nel paragrafo 2.6.

Modello ITU

Un modello propagativo è stato proposto dall'ITU per aree urbane per le quali siano disponibili mappe dettagliate, con informazioni su altezza e posizione degli edifici [2]. Il modello stima la path loss per un contesto del tipo di quello mostrato in Figura 7.15 [2]. Il terminale mobile non è in vista dell'antenna trasmittente, per la presenza di edifici. Si suppone che le altezze degli edifici situati tra le due antenne siano tra loro comparabili.

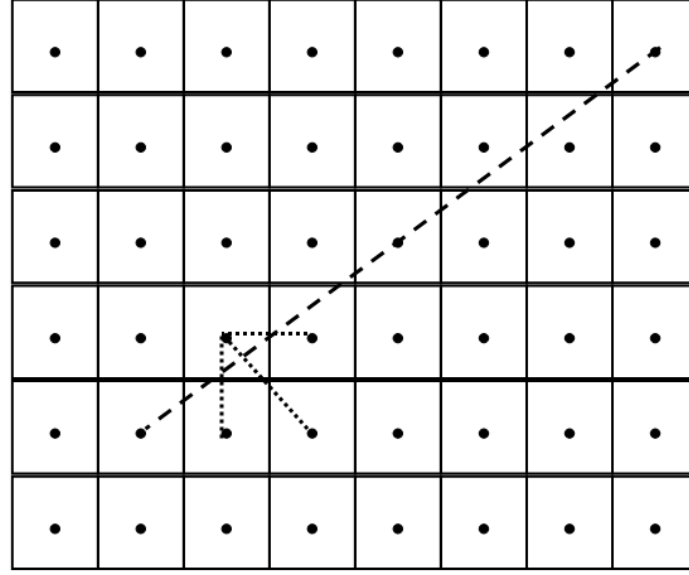
La path loss è data dalla seguente espressione:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 \quad (7.45)$$

- L_1 è la path loss che si avrebbe nel vuoto. È data da:

$$L_1 = L_F = 32.4 + 20 \log(d/1000) + 20 \log(f) \quad (7.46)$$

f è la frequenza, in MHz ($800 < f < 2000$). d è la distanza, in m ($20 < d < 5000$).



0.5 km

Figura 7.14

- L_2 esprime gli effetti di accoppiamento tra l'ultimo edificio prima del terminale, la strada e gli edifici successivi al terminale. È data da:

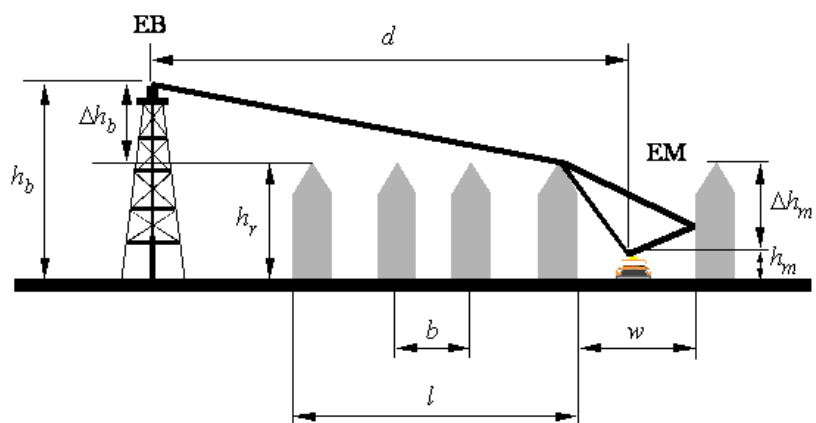
$$L_2 = -8.2 - 10 \log(w) + 10 \log(f) + 20 \log(\Delta h_m) + L_\phi \quad (7.47)$$

w è la larghezza della strada, in m. Δh_m è la differenza, in m, tra l'altezza degli edifici (h_r) e quella del terminale mobile (h_m). L_ϕ è un termine correttivo dipendente dall'angolo di orientazione ϕ tra la direzione del collegamento e la strada.

- L_3 è la perdita dovuta agli effetti multipli di diffrazione tra l'antenna fissa e l'ultimo edificio prima del terminale. Esistono espressioni algebriche che la legano a f , d e la differenza Δh_b tra l'altezza dell'antenna fissa e quella degli edifici.

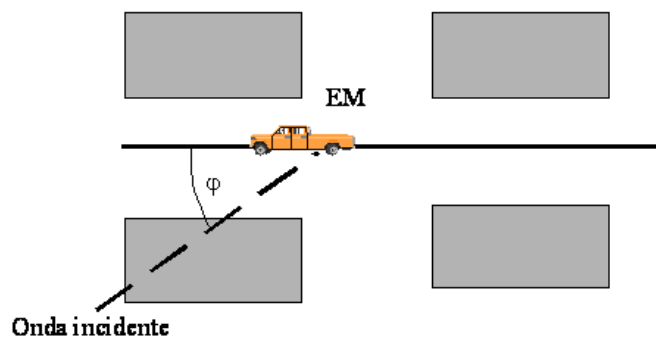
7.5.4 Modelli misti [3]

La ITU ha proposto un modello misto. Utilizza diagrammi tracciati elaborando statisticamente risultati sperimentali ottenuti in varie superfici del mondo, terrestri e marine. I diagrammi danno il livello di campo ricevuto ecceduto con una probabilità del 50%, espresso in $\text{dB}(\mu\text{V}/\text{m})$, in funzione della distanza, per una potenza trasmessa pari a 1 kW e un'altezza del ricevitore (h_r) comparabile con le irregolarità superficiali. I diagrammi sono stati tracciati per diversi valori di frequenza, di altezza del trasmettitore (h_t) e di tipologie di superficie. Un esempio di diagramma è mostrato in Figura 7.16. Si riferisce alla frequenza di 2 GHz, un collegamento terrestre medio e vari valori di h_t .



a)

Figura 7.15



b)

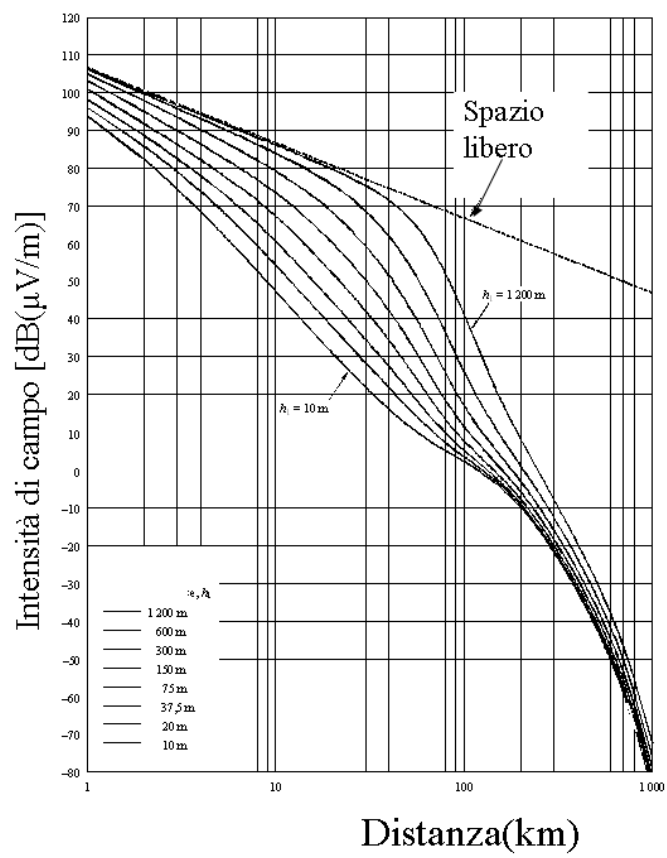


Figura 7.16

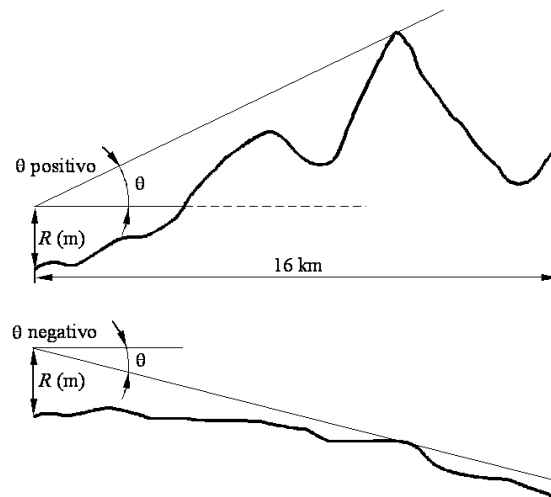


Figura 7.17

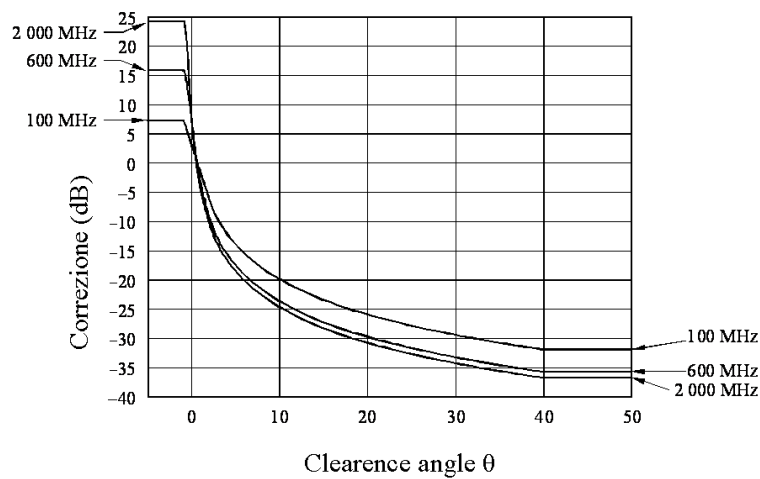


Figura 7.18

Il metodo è misto, in quanto i valori previsti dai diagrammi sono corretti da un fattore che tiene conto delle irregolarità locali del terreno in prossimità del ricevitore. Si considera l'ostacolo più significativo in un raggio di 16 km lungo la congiungente col trasmettitore. Si determina il clearance angle θ , formato tra l'orizzontale e la congiungente il ricevitore con la sommità dell'ostacolo precedentemente individuato (Figura 7.17). Si determina quindi il fattore correttivo, in funzione di θ , mediante diagrammi ottenuti con metodo semiempirico sulla base di collegamenti campione (Figura 7.18).

Bibliografia

- [1] ITU Recommendation P-530
- [2] ITU Recommendation P-1411
- [3] ITU Recommendation P-1546